

Exercice 1 (Variation de fonctions — 7 points). On souhaite déterminer les variations de la fonction :

$$f : x \mapsto \frac{3}{\sqrt{2x^3 - 15x^2 + 36x - 18}} + 7$$

définie sur $[1; +\infty[$.

1. On considère tout d'abord la fonction g , définie sur le même intervalle que f par $g : x \mapsto 2x^3 - 15x^2 + 36x - 18$.
 - (a) Dériver g .
 - (b) Montrer que $g(x) \leq 0$ si et seulement si $x \in [2; 3]$.
 - (c) En déduire les variations de g .
2. En remarquant le lien entre f et g , en déduire les variations de f .

Exercice 2 (Jeu — 7 points). *Note historique : Il fut un temps, pas si lointain, où un abonnement de téléphone portable n'était illimité ni pour la durée de communication, ni pour le nombre de SMS.*

Un opérateur de téléphonie mobile souhaite réaliser une enquête auprès de ses abonnés. Pour les inciter à répondre, il propose aux participants un tirage au sort, dans lequel ils peuvent gagner 30 minutes de communication une fois sur six, 20 minutes une fois sur trois et 10 minutes sinon.

On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de minutes gagnées.

1.
 - (a) Calculer l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire X .
 - (b) Que représente cette espérance ?

2. Pour motiver plus particulièrement les adolescents, l'opérateur remplace dans le tirage au sort chaque minute de communication par 5 SMS. On appelle Y la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de SMS gagnés.

(a) Exprimer la variable aléatoire Y en fonction de X .

(b) En déduire l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire Y .

Exercice 3 (Algorithmique — 7 points). L'objet de l'exercice est d'écrire un algorithme qui, étant donné quatre nombres a , b , c , et d (où $c \neq 0$) donne les variations de la fonction homographique $f : x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$, définie sur $]-\frac{d}{c}; +\infty[$.

1. Montrer que pour tout x du domaine de définition :

$$f'(x) = \frac{ad - cb}{(cx + d)^2}$$

2. En déduire que f est croissante si et seulement si :

$$ad - cd \geq 0$$

3. Compléter l'algorithme suivant, afin qu'il affiche si la fonction est croissante ou décroissante.

Lire a

Lire b

Lire c

Lire d

Si ...

Alors

Afficher "La fonction f est"

Sinon

Afficher "La fonction f est"

FinSi

4. Modifier cet algorithme pour qu'il affiche si la fonction f est strictement croissante, strictement décroissante, ou constante.