

**Exercice 1** (Restitution organisée des connaissances — 4 points).

Démontrer, au choix, l'une des propriétés suivantes.

- La fonction racine carrée est croissante sur  $\mathbb{R}^+$ .
- Sur  $[0; 1]$ , la courbe représentative de  $x \mapsto \sqrt{x}$  est au dessus de celle de  $x \mapsto x$ , elle même au dessus de celle de  $x \mapsto x^2$ .
- Sur  $[1; +\infty]$ , la courbe représentative de  $x \mapsto x^2$  est au dessus de celle de  $x \mapsto x$ , elle même au dessus de celle de  $x \mapsto \sqrt{x}$ .

**Exercice 2** (Variation de fonctions — 4 points).

Déterminer les variations des fonctions suivantes.

- (a)  $f : x \mapsto -\frac{7}{x} + 2$ , définie sur  $\mathbb{R}^*$ .
- (b)  $g : x \mapsto \sqrt{|x| + 7}$ , définie sur  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 3** (Valeur absolue — 4 points).

Résoudre les équations suivantes.

- (a)  $|2x - 2| = x + 1$
- (b)  $|x - 1| = |x + 6|$

**Exercice 4** (Fonction rationnelle — 8 points). Le but de l'exercice est de déterminer les variations de la fonction  $f : x \mapsto \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x + 2}$ .

- (a) Déterminer le domaine de définition de la fonction  $f$ .
- (b) Déterminer les deux nombres réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout nombre réel  $x$ , on ait :

$$f(x) = a + \frac{b}{1 + (x - 1)^2}$$

- (c) Déterminer successivement les variations sur  $\mathbb{R}$  des fonctions  $x \mapsto 1 + (x - 1)^2$ ,  $x \mapsto \frac{1}{1 + (x - 1)^2}$ , et  $f$ .
- (d) Calculer  $f(2)$ , et en déduire les solutions de  $f(x) = 0$  sur  $[2; +\infty[$ .