26/09/14
DS n° 1

TRINÔME
CORRIGÉ

1e S3

Exercice 1 (Application directe du cours — 4 points).

(a) *Déterminer les racines du polynôme* $P : x \mapsto \frac{1}{2}x^2 - 7x + 25$.

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 25 = 49 - 50 = -1$$

Le discriminant étant négatif, ce polynôme n'a pas de racines.

(b) *Factoriser (si possible) le polynôme* $Q : x \mapsto -7x^2 - 28x - 28$.

$$\Delta = (-28)^2 - 4 \times (-7) \times (-28) = 784 - 784 = 0$$

Le discriminant étant nul, ce polynôme a une unique racine $-\frac{-28}{2\times(-7)} = -2$, et il s'écrit $Q(x) = -7\left(x+2\right)^2$.

Exercice 2 (Changement de variable — 5 points). *L'objet de cet exercice est de trouver les solutions de l'équation* $3x - 9\sqrt{x} - 12 = 0$.

(a) *On pose* $X = \sqrt{x}$. *Quelle équation doit satisfaire* X *?*

Puisque $X = \sqrt{x}$, $X^2 = \sqrt{x}^2 = x$. Donc l'équation peut s'écrire :

$$3X^2 - 9X - 12 = 0$$

(b) *Trouver les solutions de cette nouvelle équation en X.*
$\Delta = (-9)^2 - 4 \times 3 \times (-12) = 81 + 144 = 225 = 15^2$.
Il y a donc deux racines $X_1 = \frac{-(-9)-\sqrt{225}}{2\times 3} = -1$, et $X_2 = \frac{-(-9)+\sqrt{225}}{2\times 3} = 4$.

(c) *En déduire les solutions de l'équation originale en x.*
Puisque $X = -1$ ou $X = 4$, et que $X = \sqrt{x}$, alors $\sqrt{x} = -1$ ou $\sqrt{x} = 4$. Mais, une racine carrée ne pouvant pas être négative, $\sqrt{x} = -1$ n'a pas de solutions. Il n'y a donc qu'une seule solution, $\sqrt{x} = 4$, et donc $x = 4^2 = 16$.

Exercice 3 (Problème — 8 points)**.** Une éditrice de jeux réfléchit au prix de vente de son prochain produit.

— D'une part, chaque exemplaire lui coûte 10 € à fabriquer.

— D'autre part, elle a calculé que le nombre d'exemplaires vendus est donné par la fonction $v : x \mapsto 2200 - 40x$, où x est le prix de vente.

1. *Cas particulier* Pour un prix de vente de 30 €, il y a $v(30) = 1000$ exemplaires vendus. Ils ont donc coûté $1000 \times 10 = 10000$ € à fabriquer, et vont rapporter $1000 \times 30 = 30000$ €. Le bénéfice est donc $30000 - 10000 = 20000$ €.

2. *Cas général* Le calcul est similaire pour le cas général : pour un prix de vente x, le nombre d'exemplaires vendus est $v(x) = 2200 - 40x$. Les dépenses

sont $10 \times v(x)$, et les recettes $x \times v(x)$. Le bénéfice est donc :

$$x \times v(x) - 10 \times v(x) = (x-10) \times v(x) = (x-10)(2200-40x)$$

3. *Dresser le tableau de signe de cette fonction b.* Il y a plusieurs manières de répondre à cette question. On remarque déjà que c'est un polynôme du second degré, dont les racines sont 10 et 55. Le trinôme est donc du signe de a à l'extérieur des racines, et l'opposé à l'intérieur. En développant l'expression de b, on trouve $b(x) = -40x^2 + 2600x - 22000$, donc $a = -40$. Cela nous donne le tableau de signes suivant.

x	$-\infty$		10		55		$+\infty$
$p(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

4. *Pour quel(s) intervalle(s) de prix l'éditrice fera-t-elle un bénéfice ?* Un bénéfice est donc réalisé pour un prix de vente situé entre 10 et 55 euros.

Exercice 4 (Algorithmique — 3 points)**.** Soient a, b et c trois nombres réels, et $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ une fonction.

(a) *Dans quels cas la fonction f est-elle un trinôme du second degré ? une fonction affine ? une fonction constante ?* Si $a \neq 0$, la fonction est un trinôme. Si $a = 0$ et $b \neq 0$, la fonction est une fonction affine. Si $a = 0$ et $b = 0$, la fonction est constante.

(b) *Compléter l'algorithme suivant pour qu'étant donnés les trois nombres a, b et c, il affiche la nature de la fonction f (c'est-à-dire si f est un trinôme, une fonction affine ou une fonction constante).*

Lire a
Lire b
Lire c

Si $a \neq 0$
Alors
  Afficher "La fonction est un trinome."
FinSi
Si $a = 0$ **et** $b \neq 0$
Alors
  Afficher "La fonction est affine."
FinSi
Si $a = 0$ **et** $b = 0$
Alors
  Afficher "La fonction est une constante."
FinSi
