

Exercice 1 (Fonction cube). On appelle *fonction cube* la fonction définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto x^3$.

- (a) Conjecturer, à l'aide de la calculatrice, les variations de cette fonction sur \mathbb{R} .
- (b) Justifier que, si $a < 0 < b$, alors $a^3 < b^3$.
- (c) (i) Montrer que pour tous réels a et b , on a :

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

- (ii) Quel est le signe de $a^2 + ab + b^2$ si a et b sont de même signe ?
- (d) Dédire des questions précédentes que, pour tous réels a et b tels que $a < b$, on a $a^3 < b^3$. Conclure.
- (e) Établir le tableau de variation de la fonction cube.
- (f) Tracer sur l'écran de la calculatrice les courbes représentatives des fonctions carré et cube. Étudier (par le calcul) les positions relatives de ces deux courbes.

Exercice 2 (Valeur absolue et Changement de variables). Le but de l'exercice est de résoudre l'équation $3x^2 - 7|x| - 6 = 0$.

- (a) Montrer que pour tout x réels, $|x|^2 = x^2$.
- (b) On pose $X = |x|$. En déduire que résoudre l'équation originale revient à résoudre l'équation $3X^2 - 7X - 6 = 0$.
- (c) Résoudre cette équation en X .
- (d) En déduire les solutions de l'équation originale en x .

Exercice 3 (Histoire). Citer une mathématicienne, et dire pourquoi elle est connue.