

Exercice 1 (Suites — 9 points). Afin d'acquérir et d'aménager une boutique du centre ville, une investisseuse décide de contracter un emprunt d'un montant de 100 000 euros. Dans le but d'obtenir les meilleures conditions pour ce prêt, elle a contacté deux banques : A et B.

1. La banque A lui propose de rembourser ce prêt sur sept ans, en sept versements : le premier remboursement serait d'un montant de 15 000 euros et les remboursements suivants augmenteraient de 1 800 euros par rapport au remboursement précédent.

On note u_0 le premier remboursement et u_1, u_2, \dots les remboursements suivants, et on admet que u est une suite arithmétique de premier terme 15 000 et de raison 1 800.

- (a) Quel est le montant du dernier versement ?
- (b) Quel est le total des sept versements ?

2. La banque B lui propose de rembourser ce prêt sur sept ans, en sept versements : le premier remboursement serait d'un montant de 20 000 euros et les remboursements suivants augmenteraient de 2 % par rapport au remboursement précédent.

On note v_0 le premier remboursement et v_1, v_2, \dots les remboursements suivants.

- (a) Calculer v_1 et v_2 .
- (b) On admet que (v_n) est une suite géométrique. Donner son premier terme et sa raison.
- (c) Quel est le total des sept versements ?

3. Quelle est la proposition la plus avantageuse ?

Exercice 2 (Loi binomiale — 11 points).

Remarques :

- La seconde question peut-être faite sans avoir réussi la première.
- Les valeurs des coefficients binomiaux nécessaires pour cet exercice sont disponibles au bas de cette page.

On se demande quel évènement a le plus de chances de se produire (avec un dé équilibré à six faces) : « Obtenir au moins un 1 en quatre lancers » ; ou « Obtenir au moins deux 1 en huit lancers ».

1. On s'intéresse à l'expérience aléatoire « On lance quatre fois de suite un dé équilibré à six faces », et on appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de 1 obtenus.

(a) Cette variable X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ?

(b) Calculer $P(X = 0)$.

(c) En déduire une valeur approchée à 10^{-2} de $P(X \geq 1)$.

2. On considère la seconde expérience aléatoire : « On lance huit fois de suite un dé équilibré à six faces », et on appelle Y la variable aléatoire correspondant au nombre de 1 obtenus, et on admet qu'elle suit une loi binomiale de paramètres 8 et $\frac{1}{6}$.

(a) Calculer $P(Y = 0)$ et $P(Y = 1)$.

(b) Montrer que $P(Y \leq 1) = \frac{13}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^7$.

(c) En déduire une valeur approchée à 10^{-2} près de $P(Y \geq 2)$.

3. Répondre au problème de l'énoncé.

Quelques coefficients binomiaux

$$\binom{4}{0} = 1 \quad \binom{4}{1} = 4 \quad \binom{4}{2} = 6 \quad \binom{4}{3} = 4 \quad \binom{4}{4} = 1$$

$$\binom{8}{0} = 1 \quad \binom{8}{1} = 8 \quad \binom{8}{2} = 28 \quad \binom{8}{3} = 56 \quad \binom{8}{4} = 70$$

$$\binom{8}{5} = 56 \quad \binom{8}{6} = 28 \quad \binom{8}{7} = 8 \quad \binom{8}{8} = 1$$