

DM
Coup de pouce

Définition (Rappel). Pour tout réel y , la valeur absolue de y , notée $|y|$ est égale à :
$$\begin{cases} y & \text{si } y \geq 0 \\ -y & \text{sinon} \end{cases} .$$

Exercice 44 (Question 1). On étudie la série $(-1; 1; 2)$, de médiane 1.

b. Je détaille beaucoup ; vous pouvez aller plus vite sur votre copie.

Par définition, $g(x) = \sum_{i=1}^N |x - x_i|$ donc, pour notre série (où $x_1 = -1 ; x_2 = 1 ; x_3 = 2$), $g(x) = |x - (-1)| + |x - 1| + |x - 2|$. On étudie chacun des membres de cette somme.

- $|x - (-1)| = |x + 1|$: Par définition de la valeur absolue, $|x + 1| = x + 1$ si $x + 1 \geq 0$ (c'est-à-dire si $x \geq -1$), et $|x + 1| = -(x + 1)$ si $x + 1 < 0$ (c'est-à-dire si $x < -1$).
- $|x - 1|$: Par la même définition, $|x - 1| = x - 1$ si $x \geq 1$, et $|x - 1| = -(x - 1)$ si $x < 1$.
- $|x - 2|$: Même principe.

En résumé, nous avons quatre cas : $x < -1$; $-1 \leq x < 1$; $1 \leq x < 2$; $x \leq 2$. Étudions les deux premiers cas (je vous laisse faire les suivants).

- $x < -1$: Dans ce cas, $|x + 1| = -(x + 1)$, $|x - 1| = -(x - 1)$ et $|x - 2| = -(x - 2)$, et donc $g(x) = -(x + 1) - (x - 1) - (x - 2) = -3x + 2$.
- $-1 \leq x < 1$: Dans ce cas, $|x + 1| = x + 1$, $|x - 1| = -(x - 1)$ et $|x - 2| = -(x - 2)$, et donc $g(x) = x + 1 - (x - 1) - (x - 2) = -x + 4$.
- $1 \leq x < 2$ et $2 \leq x$: Même principe.

c. Notre fonction g est donc affine par morceaux : c'est une fonction affine sur chacun des intervalles $] -\infty; -1[$, $[-1; 1[$, $[1; 2[$ et $[2; +\infty[$. Sa courbe représentative est donc (elle n'est pas complète; je vous laisse la poursuivre sur $]2; +\infty[$) :

