1 Introduction

On considère la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_1 = 7$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 2$. Exécuter l'algorithme ci-contre avec $n = 3$, puis avec $n = 4$. Que fait-cet algorithme ?

```
Lire n
k ← 1
u ← 7
Tant_que k < n
Faire
   k ← k + 1
   u ← u + 2
FinTantque
Afficher(u)
```

2 Calcul de termes d'une suite

On travaille toujours avec la suite u. On admet que sa formule explicite est $u_n = 5 + 2n$.

Voici la transcription de l'algorithme précédent en langage Python.

```
n = input("n=? ")
k = 1
u = 7
while k < n:
   k = k + 1
   u = u + 2
print u
```

1. En utilisant la formule explicite de la suite u, calculer u_{25}. Vérifier que l'algorithme donne bien ce résultat.
2. Cette suite est croissante (pourquoi ?). On se demande quel est le premier terme de la suite à dépasser 100.
   (a) Modifier cet algorithme pour qu'il affiche la valeur du premier terme de la suite dépassant 100.
   (b) Modifier cet algorithme pour qu'il affiche l'indice de cette valeur.
3. On considère la suite définie par $v_0 = 4$ et, pour $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 1,5v_n - 1$. On admet que cette suite est croissante. Conjecturer la limite de cette suite. Quelle est la valeur du premier terme de la suite dépassant 50 ? Pour quel indice ?

3 Somme

On admet que la somme des n premiers termes de la suite u est donnée par la formule :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n = n(n+6)$$

1. On reprend le premier algorithme défini en 2. Le modifier pour qu'il calcule et affiche la somme des n premiers termes de la suite. Vérifier le résultat avec la formule donnée en introduction de cette partie.
2. Modifier cet algorithme pour qu'il affiche la première valeur de la somme de cette suite dépassant 500.
3. Modifier cet algorithme pour qu'il affiche l'indice pour lequel ce seuil est atteint.
4. On considère la suite v définie par $v_1 = 3$, et pour $n \in \mathbb{N}^*$, $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + 1$. Quel est le plus petit n tel que la somme des n premiers termes de la suite soit supérieur à 20 ?
5. On considère la suite w définie sur $n \in \mathbb{N}^*$ par $w_n = \frac{1}{n}$. Quel est le plus petit nombre n tel que la somme des n premiers termes de la suite soit supérieur à 10 ? à 100 ?
6. On considère la suite z définie par, pour $n \in \mathbb{N}^*$, $z_n = \frac{1}{n^2}$. Conjecturer la limite de la somme de cette suite.