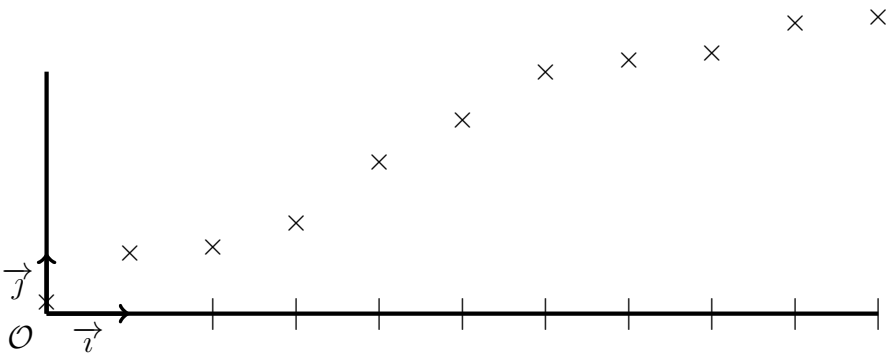
Variations de suites définies par une formule explicite

1. **Propriété.** Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 2n + 9$.
   (a) Dresser le tableau de variations de la fonction f, définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f : x \mapsto x^2 + 2x + 9$.
   (b) En remarquant que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = f(n)$, conjecturer les variations de la suite u.
   (c) Prouver votre conjecture.
2. **Réciproque.** Soit u une suite définie pour $n \in [0; 10]$ par $u_n = f(n)$ (où f est une fonction inconnue définie sur $[0; 10]$). On a tracé la représentation graphique de la suite u.



   (a) Quelle sont les variations de la suite u ?
   (b) Tracer la représentation graphique d'une fonction f telle que : (i) $u_n = f(n)$ pour tout n du domaine de définition ; (ii) f *n'est pas* une fonction croissante.
3. **Bilan.** Compléter la conjecture suivante.

   Soient f une fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ et u une fonction définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = f(n)$. Alors :
   — Si la fonction f est croissante (resp. décroissante, resp. constante), alors la fonction u est _____ _____.
   — Si la suite u est croissante (resp. décroissante, resp. constante), alors _____ _____.