On se place dans un repère orthonormé.

1 Cercle défini par un centre et un rayon

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre $A(3;1)$ et de rayon 2. Soit $M\,(x;y)$ un point de $\mathcal{C}$.

1. Combien vaut la longueur AM ?
2. Exprimer AM en fonction de x et y.
3. En déduire une équation caractérisant le cercle.

Propriété (Généralisation)**.** Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre $A\,(x_A;y_A)$ et de rayon r. Un point $M\,(x;y)$ appartient à $\mathcal{C}$ si et seulement si :

$$\ldots$$

2 Cercle défini par un diamètre

Soient $A(2;1)$ et $B\,(5;2)$ deux points, et $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Soit $M\,(x;y)$ un point de $\mathcal{C}$, différent de A et B.

1. Que peut-on dire du triangle ABM ?
2. Traduire cela par une équation utilisant un produit scalaire.
3. En utilisant l'expression algébrique du produit scalaire, en déduire une équation caractérisant le cercle.

Propriété (Généralisation)**.** Soient $A\,(x_A;y_A)$ et $B\,(x_B;y_B)$ deux points du plan, et $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Un point $M\,(x;y)$ appartient à $\mathcal{C}$ si et seulement si :

$$\ldots$$

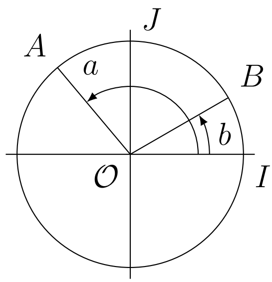
3 Droite et Vecteur normal

Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par $A(3;1)$, et de direction orthogonale au vecteur $\overrightarrow{u}\,(2;1)$. Le but de l'activité est de déterminer une équation cartésienne de $\mathcal{D}$.
Soit $M\,(x;y)$ un point de $\mathcal{D}$.

1. Quelle est la relation entre les vecteur $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$? Traduire cette relation en utilisant un produit scalaire.
2. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$ (en fonction de x et y).
3. En déduire une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}$.
4. Où apparaissent les coordonnées de $\overrightarrow{u}$ dans l'équation de $\mathcal{D}$?

4 Trigonométrie

Soient a et b deux nombres réels de l'intervalle $[-\pi;\pi]$, tels que $a > b$, et A et B les points du cercle trigonométrique d'angles respectifs a et b.



L'objet de l'activité est de trouver une expression de $\cos\,(a-b)$.

1. Quelles sont les coordonnées de O, A et B, et de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ (en fonction des angles a et b) ?
2. Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OA}$ en utilisant les coordonnées.
3. Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OA}$ en utilisant le cosinus.
4. En déduire une expression de $\cos\,(a-b)$.

On admet que cette expression est aussi vraie quelles que soient les valeurs de a et b (ceci est principalement du au fait que pour tout x réel, $\cos\,(x+2\pi) = \cos x$).

5. En utilisant (entre autres) les angles associés, en déduire une expression de :

1. $\cos\,(a+b)$	**2.** $\sin\,(a-b)$	**3.** $\sin\,(a+b)$
4. $\cos\,(2a)$	**5.** $\sin\,(2a)$	