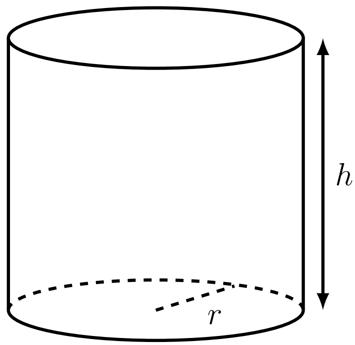
# Optimisation d'une boîte de conserve

On souhaite déterminer les dimensions d'une boîte de conserve de 400 $cm^3$ de volume, et d'aire minimale.
La boîte est assimilée à un cylindre de révolution, de hauteur $h$ et de base de rayon $r$ (en centimètres).
On arrondira les valeurs numériques au centième.




1. Calculs préliminaires.
   (a) Exprimer le volume en fonction de $h$ et $r$, et en déduire l'expression de $h$ en fonction de $r$.
   (b) Exprimer l'aire $A$ en fonction de $h$ et $r$, puis montrer que $A = 2\pi r^2 + \frac{800}{r}$.
2. On considère que $A$ est une fonction de $r$.
   (a) Quel est le domaine de définition de $A$ ?
   (b) Dériver $A$.

   On admet que pour tout $a \in \mathbb{R}$, les solutions de $x^3 \geqslant a$ sont $x \geqslant \sqrt[3]{a}$.

   (c) Montrer que $A'(r) \geqslant 0$ si et seulement si $r \geqslant 3,99$.
   (d) Dresser le tableau de variations de $A$.
   (e) Pour quel $r$ le minimum de $A$ est-il atteint ?
3. (a) Quel est alors la hauteur $h$ lorsque l'aire est minimale ?
   (b) En déduire les dimensions de la boîte (rayon et hauteur) rendant l'aire minimale.