

# Mesure principale d'angle orienté

## Énoncés

Déterminer la mesure principale des angles suivants, et les placer sur le cercle trigonométrique.

$$\begin{array}{llll} (a) \frac{7\pi}{2} & (c) -13\pi & (e) -\frac{3}{4}\pi & (h) -\frac{19}{6}\pi \\ (b) \frac{19}{4}\pi & (d) \frac{278}{3}\pi & (f) -\pi & (j) -\frac{21}{3}\pi \\ (g) \frac{87}{12}\pi & (i) & & \end{array}$$

## Correction

Le cercle se trouve au verso.

- (a) **Détail** On calcule le reste de la division euclidienne de  $\frac{7\pi}{2}$  par  $2\pi$  :  $\frac{7\pi}{2} \div (2\pi) = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$ . On peut lire cela comme «  $\frac{7\pi}{2}$  correspond à 1 tour complet plus  $\frac{3}{4}$  de tour complet. » De plus,  $\frac{3}{4}$  est supérieur à  $\frac{1}{2}$ , donc il faut y soustraire 1 : cela donne  $\frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$ . Notre angle de départ est donc égal à «  $-\frac{1}{4}$  de tour complet », c'est-à-dire  $-\frac{1}{4} \times 2\pi = -\frac{\pi}{2}$ .

**Plus rapidement** (mais cela revient au même) :  $\frac{7\pi}{2} = \frac{8\pi}{2} - \frac{1\pi}{2} = 2 \times 2\pi - \frac{\pi}{2}$ . Donc la mesure principale est  $-\frac{\pi}{2}$ .

- (b) **Détail** On calcule le reste de la division euclidienne de  $\frac{19}{4}\pi$  par  $2\pi$  :  $\frac{19}{4}\pi \div (2\pi) = \frac{19}{4 \times 2} = \frac{16}{8} + \frac{3}{8} = 2 + \frac{3}{8}$ . On peut lire cela comme «  $\frac{19}{4}\pi$  correspond à 2 tours complets, plus  $\frac{3}{8}$  de tour. » Notre angle de départ est donc égal à «  $\frac{3}{8}$  de tour complet », soit  $\frac{3}{8} \times 2\pi = \frac{3}{4}\pi$ .

**Plus rapidement**  $\frac{19}{4}\pi = \frac{16}{4}\pi + \frac{3}{4}\pi = 2 \times 2\pi + \frac{3}{4}\pi$ . Donc la mesure principale est  $\frac{3}{4}\pi$ .

Les corrections qui suivent sont beaucoup moins détaillées : elles ne contiennent que la division euclidienne de la mesure d'angle par  $2\pi$ , et le résultat final.

- (c)  $-13\pi = -7 \times 2\pi + \pi$ , donc la mesure principale est  $\pi$ .
- (d)  $\frac{278}{3}\pi = \frac{276}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi = 46 \times 2\pi + \frac{2}{3}\pi$ , donc la mesure principale est  $\frac{2}{3}\pi$ .
- (e)  $-\frac{3}{4}\pi$  est déjà la mesure principale.
- (f)  $-\pi = -2\pi + \pi$ , donc la mesure principale est  $\pi$ .
- (g)  $\frac{87}{12}\pi = \frac{72}{12}\pi + \frac{15}{12}\pi = 3 \times 2\pi + \frac{15}{12}\pi = 3 \times 2\pi + \frac{5}{4}\pi$ . Mais  $\frac{5}{4}\pi$  étant supérieur à  $\pi$ , on y soustrait  $2\pi$  : la mesure principale est donc  $\frac{5}{4}\pi - 2\pi = \frac{5}{4}\pi - \frac{8}{4}\pi = -\frac{3}{4}\pi$ .
- (h)  $-\frac{19}{6}\pi = -\frac{24}{6}\pi + \frac{5}{6}\pi = -2 \times 2\pi + \frac{5}{6}\pi$ , donc la mesure principale est  $\frac{5}{6}\pi$ .
- (i)  $-\frac{20}{3}\pi = -\frac{24}{3}\pi + \frac{4}{3}\pi = -4 \times 2\pi + \frac{4}{3}\pi$ . Mais  $\frac{4}{3}\pi$  étant supérieur à  $\pi$ , on y soustrait  $2\pi$  : la mesure principale est donc  $\frac{4}{3}\pi - 2\pi = -\frac{2}{3}\pi$ .
- (j)  $-\frac{21}{3}\pi = -\frac{24}{3}\pi + \frac{3}{3}\pi = -4 \times 2\pi + \pi$ , donc la mesure principale est  $\pi$ .

