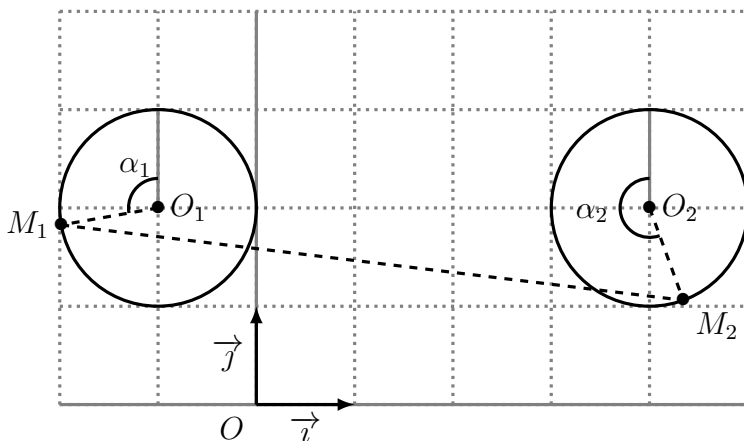


**Exercice 1** (Mobiles). On a placé deux mobiles  $M_1$  et  $M_2$  sur deux roues de rayon 1 et de centres respectifs  $O_1(-1, 2)$  et  $O_2(4; 2)$ , tournant respectivement à un et deux tours par minute. Les vecteurs  $\overrightarrow{O_1M_1}$  et  $\overrightarrow{O_2M_2}$  forment avec le vecteur  $\vec{j}$  des angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . On appelle  $t$  le temps, en minutes, écoulé depuis le début de la mesure ; au départ (à  $t = 0$ ),  $M_1$  est en haut (en  $(-1; 3)$ ) et  $M_2$  en bas (en  $(4; 1)$ ).

Le vecteur  $\vec{i}$  étant horizontal, et le vecteur  $\vec{j}$  vertical, la question que l'on se pose est : À quels moments les deux mobiles sont-ils à la même altitude ?



On admet que  $\alpha_1 = 2\pi t$ , et  $\alpha_2 = \pi + 4\pi t$ .

1. Justifier que «  $M_1$  et  $M_2$  sont à la même altitude » est équivalent à  $\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \vec{j} = 0$ .
2. En utilisant, entre autres, une relation de Chasles judicieuse, montrer que  $\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \vec{j} = 0$  est équivalent à  $\overrightarrow{O_1M_1} \cdot \vec{j} = \overrightarrow{O_2M_2} \cdot \vec{j}$ .
3. Montrer que cette équation est équivalente à :

$$\cos(2\pi t) = \cos(\pi + 4\pi t)$$

4. Résoudre cette équation, et en déduire toutes les solutions du problème.