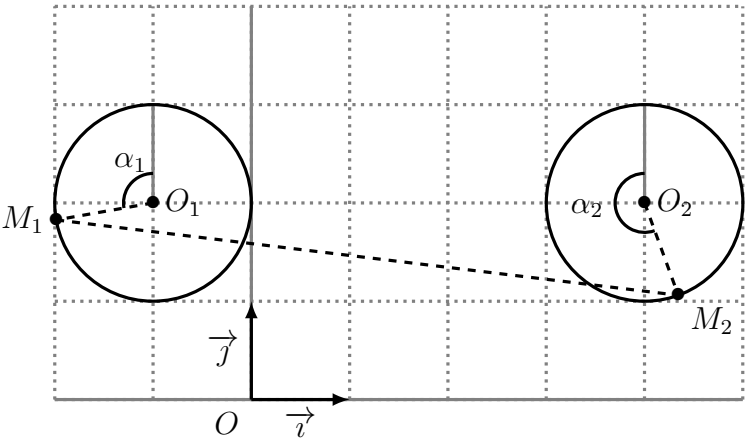
Exercice 1 (Mobiles)**.** On a placé deux mobiles M_1 et M_2 sur deux roues de rayon 1 et de centres respectifs $O_1\,(-1,2)$ et $O_2\,(4;2)$, tournant respectivement à un et deux tours par minute. Les vecteurs $\overrightarrow{O_1M_1}$ et $\overrightarrow{O_2M_2}$ forment avec le vecteur $\overrightarrow{\jmath}$ des angles α_1 et α_2. On appelle t le temps, en minutes, écoulé depuis le début de la mesure ; au départ (à $t=0$), M_1 est en haut (en $(-1;3)$) et M_2 en bas (en $(4;1)$).

Le vecteur $\overrightarrow{\imath}$ étant horizontal, et le vecteur $\overrightarrow{\jmath}$ vertical, la question que l'on se pose est : À quels moments les deux mobiles sont-ils à la même altitude ?



On admet que $\alpha_1 = 2\pi t$, et $\alpha_2 = \pi + 4\pi t$.

1. Justifier que « M_1 et M_2 sont à la même altitude » est équivalent à $\overrightarrow{M_1M_2}.\overrightarrow{\jmath} = 0$.
2. En utilisant, entre autres, une relation de Chasles judicieuse, montrer que $\overrightarrow{M_1M_2}.\overrightarrow{\jmath} = 0$ est équivalent à $\overrightarrow{O_1M_1}.\overrightarrow{\jmath} = \overrightarrow{O_2M_2}.\overrightarrow{\jmath}$.
3. Montrer que cette équation est équivalente à :

$$\cos(2\pi t) = \cos(\pi + 4\pi t)$$

4. Résoudre cette équation, et en déduire toutes les solutions du problème.