1 Angles

1.1 Radian

Définition. La mesure en *radian* d'un angle de sommet O, est la longueur de l'arc de cercle de centre O et de rayon 1, incercepté par cet angle.

Exemple. TODO

Propriété (Conversion des degrés en radian)**.**

— Les mesures en degré et radian sont proportionnelles ;

— $360° = 2\pi$.

Exemple. TODO Conversion de degré en radian.

Exercice 1. Soit un angle de mesure α. On s'intéresse à la longueur l de l'arc de cercle de rayon r et d'angle de mesure α.

(a) Donner la formule permettant de calculer l à partir de α, si la mesure α est donnée en degrés.

(b) Même question, pour une mesure α donnée en radian.

(c) Commenter le résultat.

Oral. (a) Quelle est la dimension (unité) de la mesure d'un angle ?

(b) « Vraie » définition du radian.

(c) Vérification de la dimension.

1.2 Angle orienté

Définition. Dans le plan orienté, la mesure d'un angle orienté est positive si l'angle est dans le sens direct, et négative si elle est dans le sens indirect.

Définition. Étant donnés trois points A, B, C, on désigne par $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ l'angle orienté formé par les deux demi-droites $[AB)$ et $[AC)$.

Propriété. Étant donné un angle orienté de mesure α, les mesures $\alpha + 2k\pi$, pour $k \in \mathbb{Z}$, sont aussi des mesures de cet angle.

Exemple. TODO

Définition (Mesure principale)**.** La mesure principale d'un angle orienté est la mesure de l'angle orienté appartenant à $]-\pi;\pi]$.

Méthode (Calcul de la mesure principale)**.** TODO

Propriété. Soient $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{w}$ trois vecteurs non nuls. Alors, pour un certain $k \in \mathbb{Z}$:

- $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = (-\overrightarrow{u};-\overrightarrow{v}) + 2k\pi$
- $\begin{aligned}(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) &= (-\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) + \pi + 2k\pi \\ &= (\overrightarrow{u};-\overrightarrow{v}) + \pi + 2k\pi\end{aligned}$
- $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = -(\overrightarrow{v};\overrightarrow{u}) + 2k\pi$
- Relation de Chasles : $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) + (\overrightarrow{v};\overrightarrow{w}) = (\overrightarrow{u};\overrightarrow{w})$
- $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{u}) = 2k\pi$

Exemple. Soit ABC un triangle. Alors :

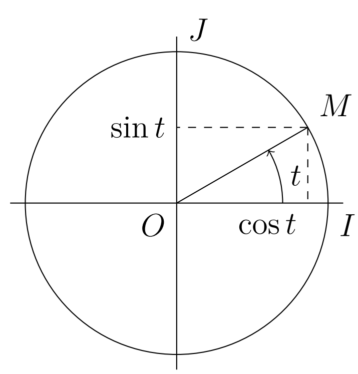
$$\begin{aligned}\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right) + \left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right) &= \left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BC}\right) + \left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right) \\ &= \left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BA}\right) \\ &= \left(\overrightarrow{AB};-\overrightarrow{AB}\right) \\ &= \left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AB}\right) + \pi \\ &= \pi\end{aligned}$$

2 Sinus et cosinus

2.1 Cercle trigonométrique

Définition. On appelle *cercle trigonométrique* le cercle de centre O, de rayon 1.

Propriété. Soit M un point du cercle trigonométrique, la mesure de l'angle $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$ étant noté t. Ses coordonnées sont alors $\binom{\cos t}{\sin t}$.



Propriété. Pour tout réel t, on a : $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$.

2.2 Équations

Propriété. Soit un réel a. Les solutions de l'équation $\cos(x) = \cos(a)$ sont $x = a + 2k\pi$ ou $x = -a + 2k\pi$, où $k \in \mathbb{Z}$.

Propriété. Soit un réel a. Les solutions de l'équation $\sin(x) = \sin(a)$ sont $x = a+2k\pi$ ou $x = \pi - a + 2k\pi$, où $k \in \mathbb{Z}$.

2.3 Angles associés

Propriété. Pour tout réel t, on a les relations suivantes.

$$\begin{cases} \cos(t+2k\pi) = \cos t \\ \sin(t+2k\pi) = \sin t \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos(\pi - t) = -\cos t \\ \sin(\pi - t) = \sin t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(-t) = \cos t \\ \sin(-t) = -\sin t \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos(t+\frac{\pi}{2}) = -\sin t \\ \sin(t+\frac{\pi}{2}) = \cos t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(t+\pi) = -\cos t \\ \sin(t+\pi) = -\sin t \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos(\frac{\pi}{2} - t) = \sin t \\ \sin(\frac{\pi}{2} - t) = \cos t \end{cases}$$