

1. Soient A, B, C trois points du plan. Montrer que pour tout point M , on a :

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

Indice : Utiliser les décompositions $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}$
et $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$.

2. Soit ABC un triangle, et H le point d'intersection des hauteurs issues de A et B . Montrer que (AB) et (HC) sont perpendiculaires.
3. En déduire que les trois hauteurs d'un triangle sont concourrantes.