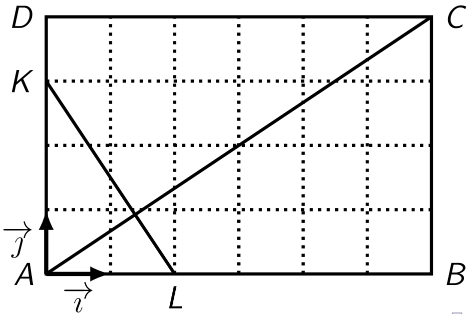
1. À quelle condition sur le produit scalaire deux vecteurs sont-ils orthogonaux ?
2. Soient $\overrightarrow{u}\,(x, y)$ et $\overrightarrow{v}\,(x', y')$ deux vecteurs, dont les coordonnées sont données dans un repère orthonormé. Quel est l'expression du produit scalaire $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}$?
3. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{AC}$ dans le repère $(A, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$ (qui est orthonormé).
4. Prouver que les droites (KL) et (AC) sont perpendiculaires.



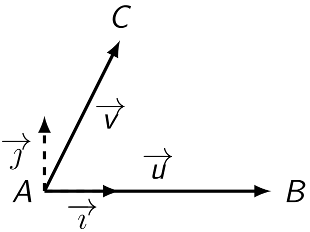
Soient $A\,(-2;0)$ et $B\,(2;0)$ deux points d'un repère orthonormé. On cherche *le lieu géométrique* des points $M\,(x;y)$ tels que les droites (AM) et (BM) soient perpendiculaires.

1. Exprimer les coordonnées des vecteur $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$ en fonction de x et y.
2. Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}$ en fonction de x et y.
3. Traduire la perpendicularité de (AM) et (BM) par une propriété des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$.
4. En déduire l'équation satisfaite par x et y.
5. Lier ce résultat avec un théorème du collège.

Troisième expression du produit scalaire

Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs non nuls. Soient A, B, C trois points tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{v}$. On note $\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ l'angle $\widehat{BAC}$.
On se place dans un repère orthonormé $(A, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$ tel que $\overrightarrow{\imath}$ et $\overrightarrow{u}$ aient la même direction.

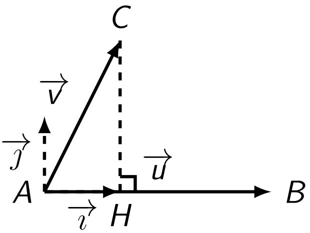
1. Exprimer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ dans ce repère $(A, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$.
2. Calculer le produit scalaire de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ à l'aide de ces coordonnées.
3. En déduire une nouvelle expression du produit scalaire.



Quatrième expression du produit scalaire

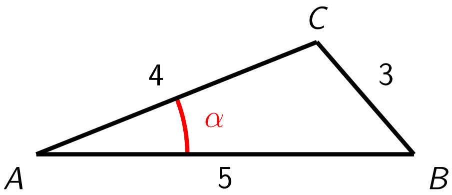
Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs non nuls. Soient A, B, C trois points tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{v}$. Soit H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB).
On se place dans un repère orthonormé $(A, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$ tel que $\overrightarrow{\imath}$ et $\overrightarrow{u}$ aient la même direction.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$.
2. Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.
3. Étudier le cas où l'angle $\widehat{BAC}$ est obtus.



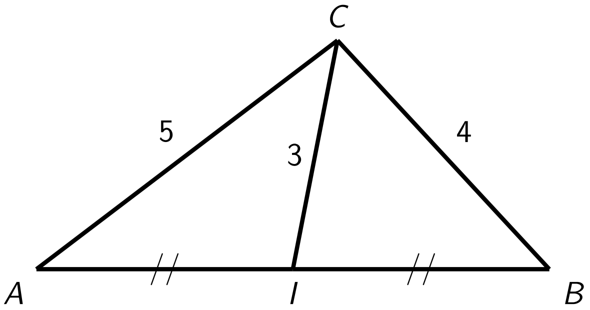
Théorème d'Al-Kashi

Déterminer une mesure de l'angle α.



Théorème de la médiane

Déterminer la longueur AB.



Déterminer la longueur AC.