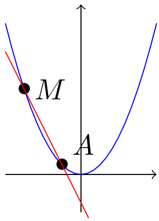
Tangente et nombre dérivé

Les questions marquées d'un `(CR)` *sont celles pour lesquelles une trace écrite est attendue sur votre compte-rendu.*



Question 1 (Tangente et nombre dérivé en un point)**.**

1. Dans Geogebra, reproduire la figure ci-dessus de la manière suivante :
   (a) Tracer la fonction $f : x \mapsto x^2$.
   (b) Placer le point A de coordonnées $(-0,5, f(-0,5))$ (placer ce point n'importe où sur le graphique, sauf sur la courbe de f, et modifier ses coordonées).
   (c) Créer un curseur pour la variable a.
   (d) Placer le point M de coordonnées $(a, f(a))$.
   (e) Vérifier qu'en faisant varier le curseur de a, le point M se déplace sur la courbe de f.
   (f) Tracer la droite (AM).
   (g) Afficher l'équation réduite de la droite (AM) (clic droit sur la droite : « Équation $y = ax + b$ »).
2. `(CR)`
   (a) Placer M sur le point A. Qu'observe-t-on alors à propos de la droite (AM) ? Expliquer.
   (b) Déplacer M ailleurs qu'en A. Repérer le coefficient directeur de la droite AM. Faire varier M pour l'approcher de A (sans que ces deux points soient confondus), en changeant si nécessaire l'incrément du curseur a. Vers quelle valeur semble s'approcher le coefficient directeur de la droite AM ? Nous notons ce nombre $f'(0,5)$, et nous l'appellerons *nombre dérivé de f en* $0,5$.

(c) Afficher la tangente à la courbe de f au point A (Outils, Lignes particulières, Tangentes ; Cliquer sur la courbe, puis sur le point A). Quel est le coefficient directeur de cette tangente ? Le comparer au nombre dérivé de f en $0,5$.

3. `(CR)` Compléter la conclusion de cette partie : Le nombre dérivé de f en 0,5 est égal à ...

Question 2 (Tangente et nombre dérivé en tout point)**.** Le but de cette question est de vérifier que la conclusion de la question précédente est valable pour tous les points de la courbe de f, et non pas seulement pour le point A.

1. Sur une nouvelle figure, tracer la courbe de la fonction polynôme du troisième degré $f : x \mapsto \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{3} - 2x$, un curseur a, et un point A de coordonnées $(a, f(a))$.
2. Tracer la tangente T à f en A.
3. S'assurer que l'équation T est sous forme réduite.
4. Tracer la fonction f' (écrire $f'(x)$ dans le champ « Saisie », en bas de la fenêtre).
5. Afficher la valeur de $f'(a)$ (outils Texte, Objet f', puis ajouter (a) à la suite de f').
6. Déplacer le point A (en faisant varier le curseur a) et vérifier que ce nombre $f'(a)$ est toujours égal à la pente de la tangente en A.
7. `(CR)` Conclure : Pour toute abscisse réelle x, le nombre dérivé de f en x, $f'(x)$, est égal à ...

Question 3 (Nombre dérivé et sens de variation)**.** *On travaille ici sur la figure de la question précédente, étudiée sur l'intervalle* $[-5; 5]$.

1. `(CR)` Dresser (par lecture graphique) le tableau de variation de la fonction f.
2. `(CR)` Écrire, sur le même tableau, les valeurs de $f'(x)$ pour les valeurs de x entières entre -5 et 5 (c'est-à-dire pour x valant -5, -4, ...4, 5).
3. Observer un lien entre les variations de f et une caractéristique de f'.
4. `(CR)` Conclure : La fonction f est croissante sur un intervalle I si et seulement si f' ...