2 Suites arithmétiques

Définition 1. Une suite u est dite *arithmétique* s'il existe un réel r, appelé ________, tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on ait : ________________.

Habituellement, une suite arithmétique est définie par la donnée de ________________________________.

Propriété 2. La suite u est :

- (strictement) croissante si et seulement si ________________ ________________________
- (strictement) décroissante si et seulement si ________________ ________________________
- constante si ____________________.

Méthode 3. Pour vérifier si une suite u donnée est arithmétique, calculer l'expression $u_{n+1} - u_n$ (pour tout n du domaine de définition).

- Si cette différence est constante (« Elle ne contient plus de n »), la suite est arithmétique, et cette différence est égale à la raison.
- Si cette différence n'est pas constante (elle peut donner des valeurs différentes selon la valeur de n), la suite n'est pas arithmétique.

Propriété 4.

- Pour tout n et p de son domaine de définition, on a : ______ ______________.
- En particulier, si u est définie sur $\mathbb{N}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : ______________.

Propriété 5. La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est donnée par la formule

En particulier :

3 Suites géométriques

Définition 1. Une suite v est dite *géométrique* s'il existe un réel q non nul, appelé ________, tel que pour tout n de son domaine de définition on ait : ______________

Propriété 2 (Variations)**.** Soit une suite géométrique de premier terme $v_0 > 0$ et de raison $q > 0$. Alors :

- si $0 < q < 1$: v est _______________ ;
- si $q = 1$: v est ____________ ;
- si $q > 1$: v est ____________.

Méthode 3. Pour vérifier qu'une suite v est géométrique :

1. Vérifier si elle contient des termes nuls.
   — Si tous ses termes sont nuls, elle est géométrique (de premier terme __ et de raison _____________).
   — Si (au moins) un terme est nul, et (au moins) un terme est non nul, elle n'est pas géométrique.
   — Si aucun de ses termes n'est nul, passer à l'étape suivante.
2. Calculer, pour un entier n quelconque de son domaine de définition, le rapport $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.
   — Si ce rapport est constant (« le n disparait »), la suite est géométrique, et ce rapport est sa raison.
   — S'il n'est pas constant (il peut prendre différentes valeurs suivant la valeur de n), la suite n'est pas géométrique.

Propriété 4 (Terme général)**.**

— Pour tout p et n de son domaine de définition, on a : ______ ________.

— En particulier, si v est définie sur $\mathbb{N}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : _____________

Propriété 5. Soit un nombre réel q différent de 0 et 1. La somme des n premiers termes d'une suite géométrique de raison q est donnée par la formule :

En particulier :