

**Exercice 1** (Dérivation). Dériver la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  par  $f : x \mapsto \frac{x+1}{x-3}$ .

**Exercice 2** (Distance d'un point à une courbe). On considère la courbe carrée  $f : x \mapsto x^2$ , sa courbe  $\mathcal{C}$ , et le point  $A(0, 4)$  dans le plan ramené à un repère orthonormé. Le but de l'exercice est de déterminer quel est le point de  $\mathcal{C}$  le plus proche de  $A$ .

Soit  $M(x; y)$  un point de  $\mathcal{C}$ .

1. Montrer que  $AM = \sqrt{x^4 - 7x^2 + 16}$ .

On pose  $g : x \mapsto x^4 - 7x^2 + 16$ .

2. Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :  $g'(x) = 2x(2x^2 - 7)$ .

3. Montrer que le tableau de variations de  $g$  est le suivant (on ne demande pas de calculer les valeurs des extremums).

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{7}{2}}$	$0$	$\sqrt{\frac{7}{2}}$	$+\infty$
$g$					

4. En déduire les variations de  $f$ .

5. Répondre au problème posé : Pour quelles valeurs de  $x$  la distance  $AM$  est-elle minimale ?

**Exercice 3** (Droites et Cercles). Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle  $\mathcal{C}_1$  défini par l'équation cartésienne  $x^2 + y^2 + 2x - 14y - 175 = 0$ , et le cercle  $\mathcal{C}_2$ , de centre  $B(15; 19)$  et de rayon 5.

1. (a) Déterminer les coordonnées du centre  $A$  de  $\mathcal{C}_1$ , et son rayon.  
(b) Déterminer une équation cartésienne de  $\mathcal{C}_2$ , en justifiant.
2. Le point  $D(11; 16)$  est-il un point d'intersection de  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  ?
3. (a) Déterminer l'équation de la droite  $\mathcal{T}$  passant par  $D$ , et de vecteur normal  $\overrightarrow{AB}$ .  
(b) Sans aucun calcul, justifier que cette droite  $\mathcal{T}$  est tangente à  $\mathcal{C}_2$ .  
(c) Montrer que  $\mathcal{T}$  est aussi une tangente à  $\mathcal{C}_1$ .
4. Quelle est la position relative des droites  $\mathcal{T}$  et  $(AB)$  : parallèles, perpendiculaires, confondues ?