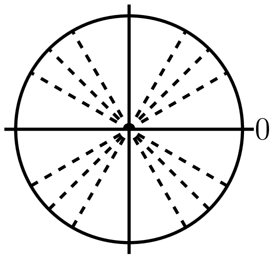
DS n° 7 — B Variables aléatoires Trigonométrie *1^e^S*

Exercice 1 (6 points). *Les questions sont indépendantes.*

1. Placer les angles $\frac{7\pi}{6}$ et $-\frac{123\pi}{4}$ sur le cercle trigonométrique ci-dessous (sur lequel ont été placées les lignes des angles $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et de leurs multiples).



2. Convertir en degrés la mesure d'angle $\frac{7\pi}{18}$.
3. On admet que $\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$ et $\sin\frac{2\pi}{5} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}}$.
   (a) Déterminer $\sin -\frac{2\pi}{5}$.
   (b) Simplifier l'expression $\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{5}$, puis en déduire la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{10}$.

Tourner la page...

Exercice 2 (8 points). Un jeu organisé dans une kermesse permet de gagner des bonbons avec les probabilités suivantes.

Nombre de bonbons gagnés	1	2	5	10	20
Probabilité	8/20	6/20	3/20	2/20	1/20

On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de bonbons gagnés.

1. (a) Calculer l'espérance et l'écart-type de X.
   (b) Que représente cette espérance ?
2. Chaque joueur coûte à l'organisatrice 4 centimes, auxquel on ajoute 2 centimes par bonbon gagné. On appelle Y la variable aléatoire prenant pour valeur le coût des bonbons gagnés.
   (a) Exprimer Y en fonction de X.
   (b) En déduire l'espérance de Y.

Exercice 3 (6 points). Une urne contient 2 boules rouges et 8 blanches. Un joueur pioche deux boules dans l'urne, l'une après l'autre, sans remise. Il gagne ensuite :

— si les deux boules sont blanches : 1€ ;

— si les deux boules sont de couleur différente : 6€ ;

— si les deux boules sont rouges : une certaine somme d'argent a.

On appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme d'argent gagnée à ce jeu.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Montrer que la loi de probabilité de X est :

x_i	1	6	a
$P(X = x_i)$	28/45	16/45	1/45

3. On dit que le jeu est équitable si l'espérance est nulle. Déterminer (à un centime près) la somme d'argent a pour que le jeu soit équitable.