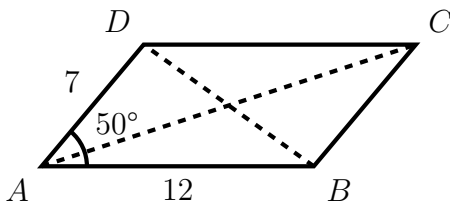


**Exercice 1** (10 points). On considère un parallélogramme  $ABCD$ , tel que  $AB = 12$ ,  $AD = 7$ , et  $\widehat{BAD} = 50^\circ$  (la figure de droite n'est pas à l'échelle).



Le but de l'exercice est de déterminer la longueur des deux diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$ .

1. *Diagonale*  $[AC]$ .

(a) Montrer que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 84 \cos 50$ .

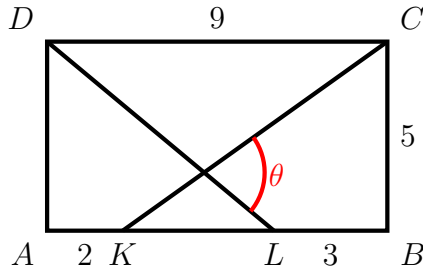
(b) Montrer que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{AC^2}{2} - 96,5$ .

(c) En déduire la longueur  $AC$ , arrondie au dixième.

2. *Diagonale*  $[BD]$ . En utilisant le théorème d'Al Kashi dans le triangle approprié, calculer la longueur  $BD$  (arrondie au dixième).

3. Les deux diagonales sont-elles perpendiculaires ?

**Exercice 2** (6 points). On considère le rectangle  $ABCD$  représenté ci-contre, de côtés 5 et 9, ainsi que les points  $K$  et  $L$ , situés sur  $[AB]$  et tels que  $AK = 2$  et  $BL = 3$ .



Le but de l'exercice est de déterminer une mesure de l'angle formé par les deux droites  $(DL)$  et  $(CK)$  (que nous appellerons  $\theta$ ).

On admet qu'à l'aide du théorème de Pythagore dans deux triangles rectangles bien choisis, on peut déterminer que  $DL = \sqrt{61}$  et  $KC = \sqrt{74}$ .

1. En remarquant que  $\overrightarrow{DL} \cdot \overrightarrow{KC} = (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AL}) \cdot (\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{BC})$ , montrer que  $\overrightarrow{DL} \cdot \overrightarrow{KC} = 17$ .
2. Exprimer le produit scalaire  $\overrightarrow{DL} \cdot \overrightarrow{KC}$  en fonction de  $\cos \theta$ .
3. En déduire une mesure de l'angle  $\theta$ , en degrés, au dixième de degrés près.

**Exercice 3** (4 points). Dans un repère orthonormé, on considère la droite  $d$  d'équation  $y = \frac{x}{3} + 2$ , et le point  $A(5; 2)$ . L'objet de l'exercice est de déterminer le point de la droite  $d$  le plus proche de  $A$ .

On admet la propriété suivante : Le point de la droite  $d$  le plus proche de  $A$  est le projeté orthogonal de  $A$  sur  $d$  (c'est-à-dire l'unique point  $M$  de  $d$  tel que  $(AM)$  soit perpendiculaire à  $d$ ).

On admet que le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de  $d$ .

1. Soit  $M(x; y)$  un point du plan. Montrer que les droites  $(AM)$  et  $d$  sont perpendiculaires si et seulement si :  $3x + y - 17 = 0$ .
2. En déduire les coordonnées du point  $M$  de  $d$  qui est le plus proche de  $A$ .