

Faire au choix un des deux exercices 1 et 2 (l'exercice 2 est plus difficile). L'exercice 3 est obligatoire.

Exercice 1 (Variation de la fonction carrée). On appelle *fonction carrée* la fonction définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto x^2$. Le but de l'exercice est d'étudier ses variations.

1. À l'aide de vos connaissances du début d'année ou de l'an passé, dresser le tableau de variations de cette fonction sur \mathbb{R} .

On suppose ici que vous ne connaissez pas ces variations : nous allons les retrouver.

2. Rappeler la définition de *fonction croissante* et *fonction décroissante*.
3. Soient a et b deux nombres positifs, tels que $a < b$.
 - (a) Quel est le signe de $a + b$? Quel est le signe de $a - b$?
 - (b) En déduire que $(a + b)(a - b) < 0$.
 - (c) En déduire que $a^2 < b^2$.
 - (d) En déduire le sens de variations de f sur $[0; +\infty[$.
4. Refaire le même raisonnement avec a et b deux nombres négatifs, et en déduire le sens de variations de f sur $] -\infty; 0]$.
5. Conclure en dressant le tableau de variations de la fonction carrée sur \mathbb{R} .

Exercice 2 (Variations de la fonction cube). On appelle *fonction cube* la fonction définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto x^3$. Le but de l'exercice est d'étudier ses variations.

1. Conjecturer, à l'aide de la calculatrice (ou d'un ordinateur), les variations de cette fonction sur \mathbb{R} .
2. Rappeler la définition de *fonction croissante* et *fonction décroissante*.
3. *Premier cas* : a et b sont de signe opposé.
Justifier que, si a est négatif et b est positif, alors $a^3 < b^3$.
4. *Second cas* : a et b sont de même signe.
 - (a) Montrer que pour tous réels a et b , on a : $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.
 - (b) On suppose que a et b sont de même signe. Quel est alors le signe de $a^2 + ab + b^2$?
 - (c) Montrer que si a et b sont de même signe, et $a < b$, alors $a^3 - b^3 < 0$. En déduire que si $a < b$, et a et b sont de même signe, alors $a^3 < b^3$.
5. Déduire des questions précédentes que, pour tous réels a et b tels que $a < b$, on a $a^3 < b^3$.
6. Conclure en dressant le tableau de variation de la fonction cube.

Exercice 3 (Exercice libre). Choisir un exercice sur le site web <http://pyromaths.org>, imprimer l'énoncé (ou me l'envoyer par courriel), et résoudre cet exercice. Rendre l'énoncé avec la copie.

Par exemple :

- *Classe de seconde* → Comparer des images à partir du sens de variation, Tableaux de variations et courbe, Extrema locaux à partir du tableau de variation : Révisions sur les tableaux de variation pour le chapitre en cours.
- *Classe de seconde* → Vecteurs : Révisions pour le prochain chapitre.