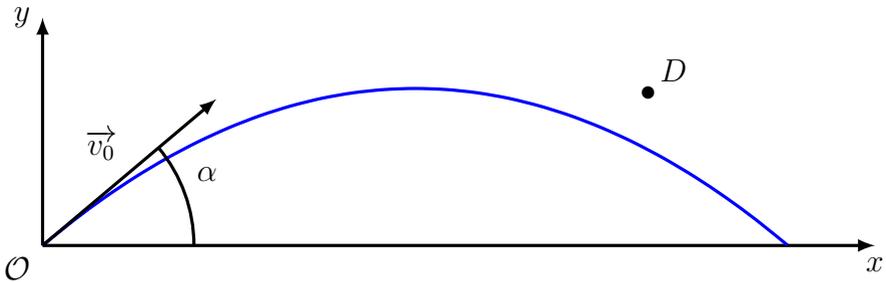


Faites, au choix, l'exercice 1 (plus long et difficile), ou les exercices 2 et 3. L'exercice 4 est obligatoire.

Exercice 1 (Balistique). Sabrina a fabriqué un lanceur de ballon. Elle aimerait filmer sa création avec son drone, pour publier la vidéo sur internet. Le problème qu'elle se pose est : où doit-êtré positionné le drone pour être certaine que le ballon ne le heurte pas ?

Le problème est schématisé, en deux dimensions, ci-dessous :

- le lanceur est positionné en \mathcal{O} ;
- le ballon est propulsé au départ selon le vecteur vitesse \vec{v}_0 , formant un angle α avec l'horizontale ;
- la parabole représente la trajectoire du ballon, de gauche à droite ;
- le drone filme depuis le point D .



En faisant certaines approximations (négligence du vent par exemple), elle a calculé (vous serez capables de le faire l'an prochain) que dans un certain repère orthonormé, le ballon suit une trajectoire donnée par la formule :

$$y = - (1 + \tan^2 \alpha) x^2 + x \tan \alpha$$

1. Montrer que l'équation de la trajectoire est équivalente à

$$x^2 \tan^2 \alpha - x \tan \alpha + x^2 + y = 0$$

2. Cas particuliers

- (a) i. Trouver les valeurs de A qui vérifient

$$(0, 2)^2 A^2 - 0, 2A + (0, 2)^2 + 0, 1 = 0$$

- ii. En déduire les valeurs approchées de α qui vérifient

$$(0, 2)^2 \tan^2 \alpha - 0, 2 \tan \alpha + (0, 2)^2 + 0, 1 = 0$$

- iii. Sans nouveau calcul, déterminer si le drone, positionné en $B(0, 2; 0, 1)$, peut être atteint par le ballon.

- (b) En utilisant la même méthode, déterminer si le drone, positionné en $C(0, 25; 0, 20)$, peut être atteint par le ballon.

3. *Cas général* Dans cette question, on cherche à déterminer la limite à ne pas franchir par le drone pour rester hors de portée du ballon.

On note $(x_D; y_D)$ les coordonnées du drone.

- (a) En vous servant de la question 1, justifier que le ballon peut atteindre le drone si et seulement si l'équation $x_D^2 A^2 - x_D A + x_D^2 + y_D = 0$, d'inconnue $A = \tan \alpha$, a une solution.

- (b) Montrer que le discriminant de cette équation est

$$\Delta = x_D^2 (1 - 4(x_D^2 + y))$$

Si ce discriminant est strictement négatif, l'équation n'a pas de solutions, et le drone est en sécurité. Si le discriminant est strictement positif, l'équation a deux solutions, et le drone est en danger. Si le discriminant est nul, l'équation a une solution : c'est la limite à ne pas dépasser par le drone pour rester en sécurité.

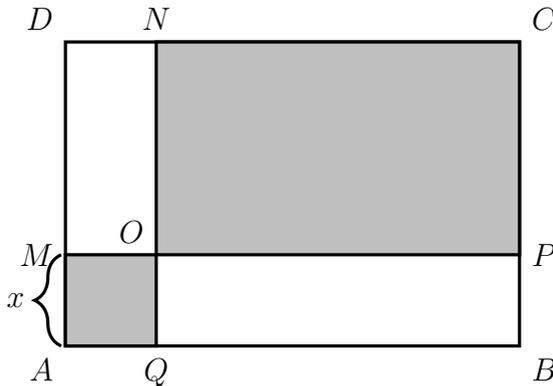
- (c) Montrer que, en ignorant le cas où $x_D = 0$, le discriminant Δ est nul si et seulement si $y_D = \frac{1}{4} - x_D^2$. Quel est le nom de la courbe décrite par cette équation ?

4. *Application* Le drone est maintenant placé en $(0, 1; 0, 2)$. *Les questions qui suivent sont ouvertes : aucune indication n'est donnée.*

- (a) En faisant une figure appropriée, déterminer graphiquement si le drone peut être atteint par le ballon.

- (b) En utilisant l'équation de la parabole de sécurité (dont l'équation a été énoncée à la question 3c), déterminer si le drone peut être atteint par le ballon.

Exercice 2.



$ABCD$ est un rectangle de côtés $AB = 15$ cm et $BC = 10$ cm ; M est un point du segment $[AD]$. On appelle x la longueur AM , en centimètres. On construit le carré $OMAQ$ puis le rectangle $OPCN$ comme sur la figure ci-dessus.

Quelle est la plus petite aire que peut prendre la partie grisée ? Pour quelle valeur de x cette aire est-elle atteinte ?

Une réponse exacte est préférable, mais toute trace de recherche, ou une réponse approchée (mais justifiée) seront valorisées.

Exercice 3. Déterminer l'expression d'un trinôme du second degré vérifiant les conditions suivantes :

- une de ses racines est 4 ;
- l'abscisse du sommet de sa parabole est 3.
- sa courbe coupe l'axe des ordonnées à l'ordonnée 8.

Si vous n'arrivez pas à trouver un tel trinôme, trouver l'expression d'un trinôme vérifiant *deux* des conditions ci-dessus.

Exercice 4 (Exercice libre). Choisir un exercice sur le site web <http://pyromaths.org>, imprimer l'énoncé (ou me l'envoyer par courriel), et résoudre cet exercice. Rendre l'énoncé avec la copie.

Par exemple :

- *Classe de troisième* → *Factorisation* : Factorisation d'expressions en utilisant les identités remarquables.
- *Classe de troisième* → *Racines carrées* : Manipulation et simplification de racines carrées.