

Exercice 1 (Dérivation — 4 points). Les deux questions sont indépendantes.

- Dériver la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par $f : x \mapsto \frac{x+1}{x-3}$.
- Déterminer les variations de la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g : x \mapsto 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$.

Exercice 2 (Distance d'un point à une courbe — 8 points). On considère la courbe carrée $f : x \mapsto x^2$, sa courbe \mathcal{C} , et le point $A(0, 4)$ dans le plan ramené à un repère orthonormé. Le but de l'exercice est de déterminer quel est le point de \mathcal{C} le plus proche de A .

Soit $M(x; y)$ un point de \mathcal{C} .

- Montrer que $AM = \sqrt{x^4 - 7x^2 + 16}$.

On pose $g : x \mapsto x^4 - 7x^2 + 16$.

- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $g'(x) = 2x(2x^2 - 7)$.
- Montrer que le tableau de variations de g est le suivant (on ne demande pas de calculer les valeurs des extremums).

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{7}{2}}$	0	$\sqrt{\frac{7}{2}}$	$+\infty$
g		↘	↗	↘	↗

- En déduire les variations de f .
- Répondre au problème posé : Pour quelles valeurs de x la distance AM est-elle minimale ?

Exercice 3 (Cercles — 8 points). Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle \mathcal{C}_1 défini par l'équation cartésienne $x^2 + y^2 + 2x - 14y - 175 = 0$, et le cercle \mathcal{C}_2 , de centre $B(15; 19)$ et de rayon 5.

- Déterminer les coordonnées du centre A de \mathcal{C}_1 , et son rayon.
- Déterminer une équation cartésienne de \mathcal{C}_2 , en justifiant.
- Le point $D(11; 16)$ est-il un point d'intersection de \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 ?
- Calculer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C}_1 avec l'axe des abscisses.