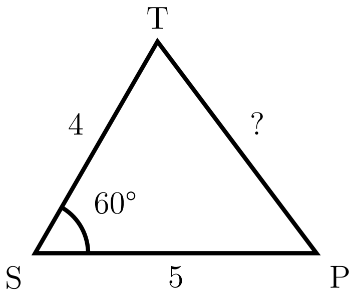
6/03/2018
DS n° 6 — A

PRODUIT SCALAIRE
PROBABILITÉS

$1^e S$

Exercice 1 (Calcul de longueur — 3 points)**.** Pour installer un câble entre une tour T et un pylône P, on aimerait connaitre la distance qui les sépare. Malheureusement, le terrain accidenté entre eux rend une mesure directe difficile.
En revanche, on a pu mesurer la distance de ces deux objets par rapport à un sapin S situé un peu plus loin, ainsi que l'angle formé par ces trois objets. Ces mesures sont schématisées dans le graphique suivant (qui n'est pas à l'échelle). Toutes les longueurs sont données en hectomètres.

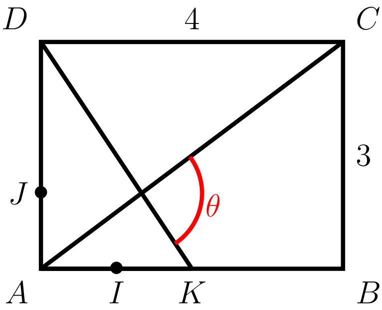


En utilisant le théorème d'Al Kashi, calculer une approximation de la longueur TP au mètre près.

Exercice 2 (Calcul — 4 points)**.** Étant donné trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$, on donne : (i) $||\overrightarrow{u}|| = 1$ (ii) $||\overrightarrow{v}|| = 3$ (iii) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2$ (iv) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{w} = -1$

1. Calculer : $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})^2$.
2. Calculer : $\overrightarrow{u}\,(\overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w})$. Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w}$?

Exercice 3 (Calcul d'angle — 7 points)**.** On considère la figure suivante, où $ABCD$ est un rectangle, K est le milieu de $[AB]$, et $AI = AJ = 1$. Toutes les longueurs sont données en centimètres.



Le but de l'exercice est de déterminer une mesure de l'angle θ.

1. (a) Calculer la longueur des segments $[AC]$ et $[DK]$.

   (b) En déduire que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DK} = 5\sqrt{13}\cos\theta$.
2. On se place dans le repère orthonormé (A, I, J). Donner, sans justifier, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DK}$, puis en déduire que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DK} = -1$.
3. En déduire une valeur approchée au dixième de degré de θ.

Exercice 4 (Jeu — 6 points)**.** *Note historique : Il fut un temps, pas si lointain, où un abonnement de téléphone portable n'était illimité ni pour la durée de communication, ni pour le nombre de SMS.*

Un opérateur de téléphonie mobile souhaite réaliser une enquête auprès de ses abonnés. Pour les inciter à répondre, il propose aux participants un tirage au sort, dans lequel ils peuvent gagner 30 minutes de communication une fois sur six, 20 minutes une fois sur trois et 10 minutes sinon.

On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de minutes gagnées.

1. Donner la loi de probabilité de X, sous la forme d'un tableau.
2. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.
3. Interpréter cette espérance dans le contexte de l'exercice.