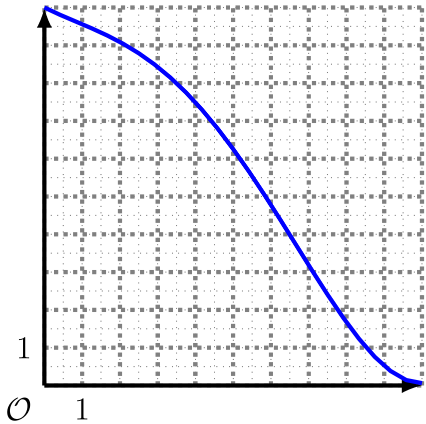
*3/05/18*
*DM n° 8*

# DÉRIVATION

*1^e S*

**Exercice 1** (Parc aquatique)**.** Travaillant le bureau d'étude d'un parc aquatique, on vous demande d'étudier si un toboggan conçu pour des enfants est dangereux ou non. Tous les critères sont vérifiés, sauf le dernier qui reste à valider :




> Un toboggan pour enfants est dangereux si sa pente maximale est supérieure à 140 %.

La coupe du toboggan en question est représentée ci-dessus (l'unité étant le mètre). Elle est modélisée par la fonction $p$ définie sur l'intervalle $[0;10]$ par :

$$p : x \mapsto 0,003x^4 - 0,045x^3 + 0,1x^2 - 0,5x + 10$$

On cherche à répondre à la question : Ce toboggan est-il dangereux ?

On admet que dans ce contexte, la contrainte « *La pente maximale est supérieure à 140%* » est équivalente à « *La dérivée de p n'est jamais inférieure à -1.4* ».

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au millième.

1. Montrer que $p'(x) = 0,012x^3 - 0,135x^2 + 0,2x - 0,5$.

2. Calculer l'expression de $p''$ dérivée de $p'$.
3. Montrer que le tableau de signes de $p''$ est le suivant, et en déduire les variations de $p'$.

| $x$ | $0$ | | $0,833$ | | $6,667$ | | $10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p''(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

4. Quelle est la plus petite valeur prise par $p'$ ? Le toboggan est-il dangereux ?

**Exercice 2** (Inéquation)**.** L'objet de l'exercice est de résoudre l'inéquation suivante.

$$2x^3 - 4x^2 - 10x - 24 \geqslant 0$$

C'est une équation du toisième degré, sans factorisation évidente, donc nous ne connaissons pas de méthode générale pour la résoudre.

On pose $f : x \mapsto 2x^3 - 4x^2 - 10x - 24$.

1. En utilisant la dérivée, montrer que le tableau de variations de $f$ est le suivant.

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{2-\sqrt{19}}{3}$ | | $\frac{2+\sqrt{19}}{3}$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

2. Compléter, sur le tableau précédent, les valeurs des extremums de $f$.
3. Calculer $f(4)$.
4. En déduire les solutions de l'inéquation.

**Exercice 3** (Culture)**.** Donner un exemple de progrès mathématique (nouveau théorème, nouvelle conjecture, nouveau problème ouvert, etc.) réalisé *après* votre naissance.