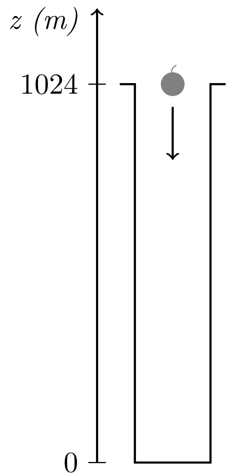
Exercice 1 (Application à la physique).

Remarque : Si cette méthode fonctionne en théorie *pour déterminer la valeur de g, elle est très peu précise, et il a toujours existé d'autres manières plus précises pour déterminer g.*

Isaac voudrait déterminer la valeur de g, intensité de la pesanteur, chez lui. Pour cela, il lâche une pomme du haut du puits d'une mine à Pendleton (Grande-Bretagne), haut de 1 024 m, et chronomètre son temps de chute. L'altitude de la pomme est mesurée à partir du fond du puits : elle est de 0 m au fond, et 1 024 m en haut.



Isaac sait que cette altitude en fonction du temps est un polynôme de la forme $z : t \mapsto at^2 + bt + c$, où t est le temps de chute. Par exemple, $z(0)$ est l'altitude initiale, et $z(3)$ est l'altitude après trois secondes de chute. Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de a, b et c, pour en déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur g.

(1) Combien vaut l'altitude initiale $z(0)$? En déduire que $c = 1024$.

(2) La vitesse v de la chute est égale à la dérivée de la fonction z. Par exemple, $v(2) = z'(2)$ est la vitesse de la pomme après deux secondes de chute.

   (a) Dériver z, et en déduire l'expression de v en fonction de a et b.

   (b) Quelle est la vitesse initiale ? En déduire que $b = 0$.

   (c) Exprimer z et v en fonction de a et t.

(3) Isaac, aidé de Gottfried, a mesuré que la chute a duré 14,5 s. Traduire cette information par une équation, et montrer que $a = -4,87$.

(4) Calculer la dérivée de v ; c'est une constante égale à $-g$. Conclure en déterminant la valeur de g. *Bonus (optionnel) : Quelle est l'unité de g ?*

Exercice 2 (Calcul de fonction dérivées). *Répondre à deux des trois questions suivantes (1, 2 et 3), classées par ordre de difficulté croissante. La méthode à appliquer est celle utilisée dans le cours, pour démontrer que la dérivée de la fonction carrée est la fonction $x \mapsto 2x$.*
Ne faites la question (c) que pour une des deux questions, au choix.

1. On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 - 3x + 1$, définie sur $\mathbb{R}$, et a un réel.
   (a) Montrer que pour un réel h non nul, le taux d'accroissement en a est égal à $2a + h - 3$.
   (b) En déduire la valeur de $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ (en fonction de a), et donc la valeur de $f'(a)$.
   (c) *Application :* Calculer $f'(2)$, et tracer dans un repère orthonormé la courbe de f (sur l'intervalle $[0; 4]$), ainsi que sa tangente en 2.
2. On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$, définie sur $\mathbb{R}^*$, et a un réel non nul.
   (a) Montrer que pour un réel h non nul (et tel que $a + h \neq 0$), le taux d'accroissement en a est égal à $-\frac{1}{a(a+h)}$.
   (b) Même énoncé que la question 1b.
   (c) Même énoncé que la question 1c.
3. On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$, définie sur $\mathbb{R}^+$, et a un réel strictement positif.
   (a) Montrer que pour un réel h non nul (et tel que $a + h \geqslant 0$), le taux d'accroissement en a est égal à $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+h}}$.
   (b) Même énoncé que la question 1b.
   (c) Même énoncé que la question 1c.

Exercice 3 (Exercices libres). Choisir un exercice sur le site web `http://pyromaths.org`, imprimer l'énoncé, résoudre cet exercice, et *corriger vous-même* votre travail (je ne le corrigerai pas moi-même, sauf, si vous le mentionnez dans votre copie). Rendre l'énoncé avec la copie.
Par exemple (mais vous pouvez aussi faire un *autre* exercice que celui-ci) :

— *Classe de première S → Nombre dérivé graphiquement* : pour travailler le chapitre en cours.