13/04/2017
DS n° 8 — B

Dérivation Cercles

1^e^S

Dans tout le devoir, on considère que le plan est muni d'un repère orthonormé.

Exercice 1 (Lieux géométriques — 6 points)**.** *Les questions sont indépendantes.*

1. Quel est le lieu géométrique des points $M\binom{x}{y}$ vérifiant l'équation suivante : $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 1 = 0$?
2. (a) Déterminer l'équation du cercle de diamètre $[AB]$ (avec $A(2; 0)$ et $B(4; -3)$).

   (b) Quel est le centre et le rayon de ce cercle ?

Exercice 2 (Droite et Cercle — 7 points)**.** On considère :

— le point $A\,(3; 14)$;

— la droite $\mathcal{D}$ d'équation cartésienne $3x - 4y + 47 = 0$;

— le cercle $\mathcal{C}$ de centre $I\,(2; 7)$ et de rayon 5.

De plus, on admet que la droite $\mathcal{D}$ passe par A.

1. Montrer que $(x-2)^2 + (y-7)^2 = 25$ est une équation cartésienne de $\mathcal{C}$.
2. On considère le point $H\,(-1; 11)$.

   (a) Montrer que H appartient à $\mathcal{D}$ et à $\mathcal{C}$.

   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IH}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont orthogonaux.
3. Que représente la droite $\mathcal{D}$ pour le cercle $\mathcal{C}$? Justifier.

Exercice 3 (Inéquation — 7 points)**.** Le but de l'exercice est de résoudre l'inéquation $x^3 + 6x^2 + 49 \leqslant 0$.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f : x \mapsto x^3 + 6x^2 + 49$.

1. Dériver f.
2. Montrer que le tableau de variations de f est le suivant.

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
f		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

3. Compléter le tableau de variations en calculant les valeurs des extremums.
4. Calculer $f(-7)$, puis en déduire les solutions de $x^3 + 6x^2 + 49 \leqslant 0$.