

Dans tout le devoir, on considère que le plan est muni d'un repère orthonormé.

Exercice 1 (Lieux géométriques — 6 points). *Les questions sont indépendantes.*

- Quel est le lieu géométrique des points $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ vérifiant l'équation suivante : $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 1 = 0$?
- (a) Déterminer l'équation du cercle de diamètre $[AB]$ (avec $A(0; 2)$ et $B(-3; 4)$).
(b) Quel est le centre et le rayon de ce cercle ?

Exercice 2 (Droite et Cercle — 7 points). On considère :

- le point $A(14; 3)$;
- la droite \mathcal{D} d'équation cartésienne $-4x + 3y + 47 = 0$;
- le cercle \mathcal{C} de centre $I(7; 2)$ et de rayon 5.

De plus, on admet que la droite \mathcal{D} passe par A .

- Montrer que $(x - 7)^2 + (y - 2)^2 = 25$ est une équation cartésienne de \mathcal{C} .
- On considère le point $H(11; -1)$.
(a) Montrer que H appartient à \mathcal{D} et à \mathcal{C} .
(b) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{IH} et \overrightarrow{AH} sont orthogonaux.
- Que représente la droite \mathcal{D} pour le cercle \mathcal{C} ? Justifier.

Exercice 3 (Inéquation — 7 points). Le but de l'exercice est de résoudre l'inéquation $x^3 - 3x^2 + 20 \leq 0$.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + 20$.

- Dériver f .
- Montrer que le tableau de variations de f est le suivant.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
f				

- Compléter le tableau de variations en calculant les valeurs des extrêmes.
- Calculer $f(-2)$, puis en déduire les solutions de $x^3 - 3x^2 + 20 \leq 0$.