

**Exercice 1** (Termes d'une suite — 3 points). Pour chacune des suites  $u$  suivantes : (a) calculer  $u_2$  ; (b) calculer le troisième terme. Si nécessaire, les résultats pourront être arrondis au centième.

1. La suite  $u$  de premier terme  $u_1 = 4$  et telle que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = 3u_n - 2$ .
2. La suite  $u$  définie pour  $n \geq 2$  par  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .

**Exercice 2** (Variations — 3 points). Donner, en justifiant, les variations des suites suivantes.

1.  $u$  est la suite définie par :

$$\begin{cases} u_1=7 \\ u_{n+1}=u_n - 1 \quad \text{pour } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

2.  $v$  est la suite géométrique de premier terme  $v_1 = 5$  et de raison 1.

**Exercice 3** (Restitution organisée des connaissances — 3 points). Démontrer que :

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

**Exercice 4** (Suite géométrique — 6 points). Une usine d'assemblage de voitures est rachetée en 2017 par un fond d'investissement qui exige que sa production augmente de 2 % par an. La première année, l'usine fabrique 15 000 voitures.

On appelle  $v$  la suite, définie sur  $\mathbb{N}^*$  par :  $v_n$  est le nombre (en milliers) de voitures fabriquées la  $n^{\text{e}}$  année après le rachat (donc  $v_1$  est le nombre de voitures fabriquées la première année ;  $v_2$  la deuxième année ; etc.).

On admet que  $v$  est une suite géométrique de premier terme  $v_1 = 15$ .

1. Justifier que la raison de la suite  $v$  est 1,02.
2. Calculer le nombre de voitures (arrondi à l'unité) produites par l'usine la douzième année.
3. Calculer le nombre de voitures (arrondi à l'unité) produites par l'usine sur l'ensemble des douze premières années.

**Exercice 5** (Suite arithmétique — 5 points). Une association de défense de la nature remarque qu'une usine de voitures pollue les marécages alentours. Ces marécages hébergent une espèce menacée de grenouilles, et, vu l'augmentation de la production de l'usine, l'association estime que la population de ces grenouilles diminue de 850 individus chaque année.

La population de grenouilles est estimée par l'association à 45 000 individus en 2017.

On appelle  $u$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par : «  $u_n$  est la population de grenouilles à l'année 2017 +  $n$  » (ainsi,  $u_0$  est la population en 2017,  $u_1$  en 2018, et ainsi de suite).

1. Justifier que  $u$  est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
2. Calculer  $u_{12}$  ; interpréter ce résultat en terme de grenouilles.
3. Si rien ne change, en quelle année la population de grenouilles aura-t-elle totalement disparue ?