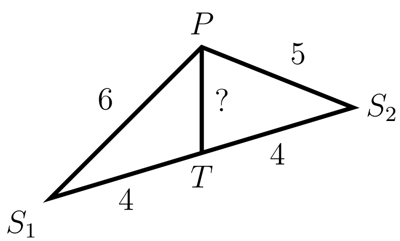
Produit scalaire
Sujet A

Exercice 1 (Calcul de longueur — 4 points). Pour installer un câble entre une tour T et un pylône P, on aimerait connaitre la distance qui les sépare. Malheureusement, le terrain accidenté entre eux rend une mesure directe difficile.
En revanche, on a pu mesurer la distance de ces deux objets par rapport à deux sapins S_1 et S_2, situés un peu plus loin. Ces mesures sont schématisées dans le graphique suivant (qui n'est pas à l'échelle) ; toutes les longueurs sont données en hectomètres.

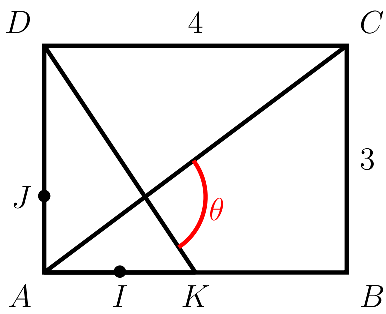


En utilisant le théorème de la médiane, déterminer une approximation de la longueur TP au mètre près.

Exercice 2 (Médiatrice — 8 points). *On rappelle que la médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.*
Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(2;1)$ et $B(6,5)$. On appelle I le milieu du segment $[AB]$, et d la médiatrice de $[AB]$.
L'objet de l'exercice est de déterminer les coordonnées $M(x;y)$, intersection de d avec l'axe des abscisses.

1. Faire une figure.
2. Montrer que les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{IM}$ sont $\binom{x-4}{-3}$.
3. Justifier que $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB} = 0$.
4. En déduire les coordonnées de M.

Exercice 3 (Calcul d'angle — 8 points)**.** On considère la figure suivante, où $ABCD$ est un rectangle, K est le milieu de $[AB]$, et $AI = AJ = 1$. Toutes les longueurs sont données en centimètres.



Le but de l'exercice est de déterminer une mesure de l'angle θ.

1. (a) Calculer la longueur des segments $[AC]$ et $[DK]$.

   (b) En déduire que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DK} = 5\sqrt{13}\cos\theta$.

2. On se place dans le repère orthonormé (A, I, J). Donner, sans justifier, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DK}$, puis en déduire que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DK} = -1$.

3. En déduire une valeur approchée au dixième de degré de θ.