

**Exercice 1** (Restitution organisée des connaissances — 6 points). Démontrer, aux choix, l'une des propriétés suivantes.

- La fonction racine carrée est strictement croissante sur  $[0; +\infty[$ .
- La courbe de la fonction  $x \mapsto x$  est en dessous de celle de la fonction racine carrée sur  $[0; 1]$ , et au dessus sur  $[1; +\infty[$ .
- La courbe de la fonction  $x \mapsto x$  est au dessus de celle de la fonction carrée sur  $[0; 1]$ , et en dessous sur  $[1; +\infty[$ .

**Exercice 2** (Colinéarité; Valeur absolue — 4 points).

1. On se place dans un repère quelconque. Pour un certain nombre réel  $x$ , on considère les deux vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3x \\ 7 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix}$ . Pour quelles valeurs de  $x$  les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont-ils colinéaires ?
2. Déterminer une valeur approchée au centième de :

$$|\pi| + |-\pi|$$

3. Déterminer un nombre  $a$  tel que :

$$|a| = 0$$

**Exercice 3** (Distance entre deux courbes — 10 points). On considère les courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  des fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{2x-1}{2x^2+2}$  et  $g(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$ .

1. *Position relative*

(a) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

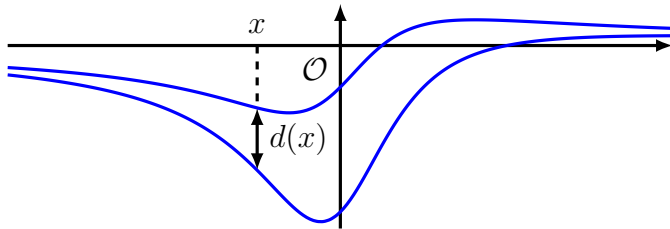
$$f(x) - g(x) = \frac{3}{2x^2 + 2}$$

(b) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$f(x) - g(x) > 0$$

(c) En déduire la position relative des courbes  $f$  et  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

2. Dans cette question, on se demande quelle est l'abscisse  $x$  telle que les points des courbes de  $f$  et  $g$  d'abscisses  $x$  sont les plus éloignés l'un de l'autre. La situation est illustrée ci-dessous.



Pour une abscisse  $x$ , on appelle  $d(x)$  la distance verticale entre les deux courbes. On admet que

$$d(x) = f(x) - g(x) = \frac{3}{2x^2 + 2}$$

(a) Dans un même tableau de variations, déterminer les variations des fonctions  $x \mapsto 2x^2 + 2$  et  $d$ .

(b) En déduire le nombre  $x$  pour lequel les deux courbes sont les plus éloignées l'une de l'autre. Quelle est alors la distance entre les deux courbes ?