

Exercice 1 (Restitution organisée des connaissances — 4 points).
Démontrer, aux choix, l'une des propriétés suivantes.

- La fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
- La courbe de la fonction $x \mapsto x$ est en dessous de celle de la fonction racine carrée sur $[0; 1]$, et au dessus sur $[1; +\infty[$.
- La courbe de la fonction $x \mapsto x$ est au dessus de celle de la fonction carrée sur $[0; 1]$, et en dessous sur $[1; +\infty[$.

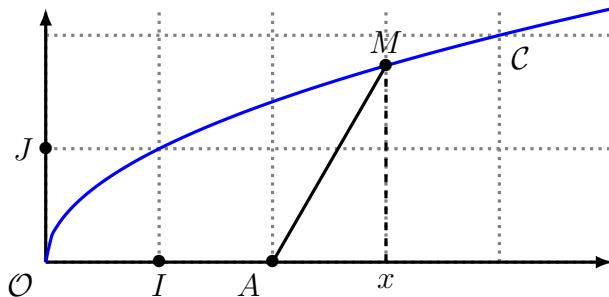
Exercice 2 (Colinéarité; Valeur absolue — 4 points).

1. On se place dans un repère quelconque. Pour un certain nombre réel x , on considère les deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 25 \\ x \end{pmatrix}$. Pour quelles valeurs de x les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils colinéaires ?
2. Calculer la valeur approchée au centième près du nombre $|\pi - 4|$.
3. Résoudre $|x| = -9$.

Exercice 3 (Position relative de courbes — 6 points). On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto x^3 + x^2 + x + 1$ et $g : x \mapsto x^3 - x^2 + x + 19$. On souhaite étudier la position relative de ces deux courbes, appelées respectivement \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

1. Montrer que \mathcal{C}_f est au dessus de \mathcal{C}_g si et seulement si $2x^2 - 18 \geq 0$.
2. Dresser le tableau de signes du trinôme $2x^2 - 18$.
3. En déduire sur quel(s) intervalle(s) \mathcal{C}_f est au dessus de \mathcal{C}_g .

Exercice 4 (Distance d'un point à une courbe — 6 points). Dans un repère orthonormé (\mathcal{O}, I, J) , on considère la courbe \mathcal{C} de la fonction racine carrée, et le point A de coordonnées $(2; 0)$. On cherche à déterminer la plus courte distance entre un point de la courbe \mathcal{C} et le point A . La situation est illustrée sur le graphique ci-dessous.



Pour un certain nombre x positif, on appelle M le point de la courbe \mathcal{C} d'abscisse x .

1. Montrer que $AM = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$.
2. Sur \mathbb{R}^+ , déterminer les variations du trinôme $x^2 - 3x + 4$, puis celles de la fonction $x \mapsto \sqrt{x^2 - 3x + 4}$.
3. En déduire les coordonnées de M pour lesquelles la distance AM est minimale. Combien vaut- alors cette distance ?