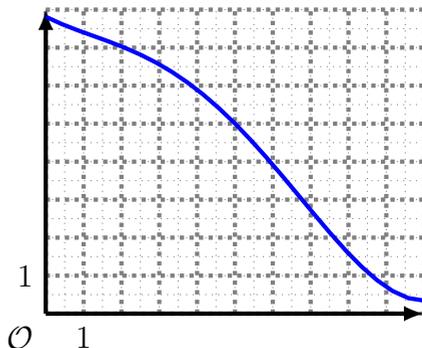


Exercice 1 (Parc aquatique). Travaillant le bureau d'étude d'un parc aquatique, on vous demande d'étudier si un toboggan conçu pour des enfants est dangereux ou non. Tous les critères sont vérifiés, sauf le dernier qui reste à valider :



Un toboggan pour enfants est dangereux si sa pente maximale est supérieure à 100 %.

La coupe du toboggan en question est représentée ci-dessus (l'unité étant le mètre). Elle est modélisée par la fonction p définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par :

$$p : x \mapsto 0,0025x^4 - 0,04x^3 + 0,125x^2 - 0,5x + 7,8125$$

On cherche à répondre à la question : Ce toboggan est-il dangereux ?

On admet que dans ce contexte, la contrainte « La pente maximale est supérieure à 100% » est équivalente à « La dérivée de p n'est jamais inférieure à -1 ».

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au millième.

1. Montrer que $p'(x) = 0,01x^3 - 0,12x^2 + 0,25x - 0,5$.
2. Calculer l'expression de p'' dérivée de p' .
3. Montrer que le tableau de signes de p'' est le suivant, et en déduire les variations de p' .

x	0	1,231	6,769	10	
$p''(x)$	+	0	-	0	+

4. Quelle est la plus petite valeur prise par p' ? Le toboggan est-il dangereux ?

Exercice 2 (Suite arithmético-géométrique). Soit u la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2 \end{cases}$$

Le but de l'exercice est de (i) calculer u_{20} ; (ii) calculer la somme des vingt premiers termes de la suite.

1. *Étude préliminaire de u* Calculer les trois premiers termes de la suite u , puis montrer qu'elle n'est ni arithmétique, ni géométrique.

La suite est dite *arithmético-géométrique*. Les formules vues en cours pour les suites arithmétiques et géométriques ne s'appliquent pas. Pour pouvoir tout de même répondre au problème (sans calculer tous les termes), nous allons utiliser une autre suite, appelée *suite auxiliaire*.

2. *Suite auxiliaire* Soit v la suite définie sur \mathbb{N} par $v_n = u_n + 1$.

- (a) Montrer que $v_{n+1} = 3v_n$.
- (b) En déduire la nature de la suite v , ainsi que ses caractéristiques.
- (c) Calculer v_{20} , et la somme des vingt premiers termes de la suite v .

3. *Réponses au problème*

- (a) Pour $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de v_n .
- (b) Sans calculer les termes précédents, calculer u_{20} .
- (c) *Difficile*. Sans calculer les termes précédents, calculer la somme des vingt premiers termes de la suite u .

Exercice 3 (Exercice libre). Choisir un exercice sur le site web <http://pyromaths.org>, imprimer l'énoncé (ou me l'envoyer par courriel), et résoudre cet exercice. Rendre l'énoncé avec la copie.

Par exemple :

- *Classe de troisième* → *Puissances* : Travail sur la simplification de fractions avec des puissances, utilisée avec les suites géométriques ;
- *Seconde* → *Cercle trigonométrique* : Préparation du prochain chapitre de trigonométrie ;
- *Première S* → *Sens de variation* : Travail du chapitre en cours.