

Exercice 1 (Somme de fonctions).

- Dans chacun des cas suivants, dans un même tableau, donner les variations de u , v et $u + v$ sur \mathbb{R} .
 - $u(x) = 2x + 1$ et $v(x) = -\frac{x}{2} + 3$;
 - $u(x) = -2x + 3$ et $v(x) = 2x + 4$;
 - $u(x) = x^2$ et $v(x) = 2x + 1$.
- Commenter l'affirmation suivante : « *La somme de deux fonctions monotones sur un intervalle I est monotone sur I .* »

Exercice 2 (Fonction cube). On appelle *fonction cube* la fonction définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto x^3$.

- Conjecturer, à l'aide de la calculatrice (ou d'un ordinateur), les variations de cette fonction sur \mathbb{R} .
- Justifier que, si $a < 0 < b$, alors $a^3 < b^3$.
- (a) Montrer que pour tous réels a et b , on a :

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

- Quel est le signe de $a^2 + ab + b^2$ si a et b sont de même signe ?
 - En déduire que si $a < b$, et a et b sont de même signe, alors $a^3 < b^3$.
- Déduire des questions précédentes que, pour tous réels a et b tels que $a < b$, on a $a^3 < b^3$.
 - Conclure en dressant le tableau de variation de la fonction cube.

Exercice 3 (Exercice libre). Choisir un exercice sur le site web <http://pyromaths.org>, imprimer l'énoncé (ou me l'envoyer par courriel), et résoudre cet exercice. Rendre l'énoncé avec la copie.

Exercice 4 (Défi – Optionnel). Déterminer la valeur exacte des nombres suivants.

$$a = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{\dots}}}}$$

$$b = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$