27/05/16 **PRODUIT SCALAIRE** *1^e S6*
DS n° 8 bis **DÉRIVATION**

Exercice 1 (Géométrie — 8 points)**.** Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère :

- la droite d_1 d'équation $4x + 3y = 36$;
- le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$;
- les points $A\,(6;4)$ et $B\,(-2;-2)$.

1. Donner les coordonnées de I, centre de $\mathcal{C}$, et le rayon de $\mathcal{C}$.
2. Montrer que A est à la fois un point de $\mathcal{C}$ et d_1.
3. Montrer que $\overrightarrow{AI}$ est un vecteur normal à d_1.
4. En déduire que $[AI]$ est un rayon de $\mathcal{C}$.
5. Montrer que $[AB]$ est un diamètre de $\mathcal{C}$.
6. Déterminer une équation cartésienne de d_2, droite passant par B de vecteur normal $\overrightarrow{AI}$.

Exercice 2 (Trigonométrie — 5 points)**.**

1. Réduire au même dénominateur $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$.
2. Développer $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$.
3. En déduire la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$.

Exercice 3 (Inéquation — 7 points)**.** Le but de l'exercice est de résoudre l'inéquation $x^3 - 3x^2 + 4 < 0$.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + 4$.

1. Dériver f.
2. Montrer que les solutions de $f'(x) \leqslant 0$ sont $x \in [0;2]$.
3. En déduire les variations de f.
4. Calculer $f(-1)$ et $f(2)$, puis en déduire les solutions de $x^3 - 3x^2 + 4 < 0$.