27/05/16 **Produit scalaire** *1^{e}S6*

DS n° 8 — B **Dérivation**

Exercice 1 (Géométrie — 8 points)**.** Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère :

- la droite $\mathcal{D}$ passant par $A\,(15;4)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{u}\,(4;-3)$;
- le cercle $\mathcal{C}$ de centre $I\,(8;3)$ et de rayon 5.

1. Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $-4x+3y+48=0$.
2. Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathcal{C}$ est $(x-8)^2+(y-3)^2=25$.
3. On considère le point $H\,(12;0)$.
   (a) Montrer que H appartient à $\mathcal{D}$ et à $\mathcal{C}$.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IH}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont orthogonaux.
4. Quelle est la position relative de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{C}$? Justifier.

Exercice 2 (Trigonométrie — 5 points)**.**

1. Réduire au même dénominateur $\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$.
2. Développer $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$.
3. En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{7\pi}{12}$.

Exercice 3 (Inéquation — 7 points)**.** Le but de l'exercice est de résoudre l'inéquation $x^3-3x^2+20>0$.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f : x \mapsto x^3-3x^2+20$.

1. Dériver f.
2. Montrer que les solutions de $f'(x) \leqslant 0$ sont $x \in [0;2]$.
3. En déduire les variations de f.
4. Calculer $f(-1)$ et $f(2)$, puis en déduire les solutions de $x^3-3x^2+20>0$.