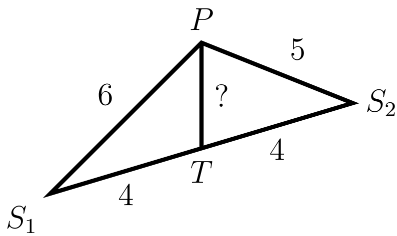
Produit scalaire
Probabilités

Exercice 1 (Calcul de longueur — 2 points)**.** Pour installer un câble entre une tour T et un pylône P, on aimerait connaitre la distance qui les sépare. Malheureusement, le terrain accidenté entre eux rend une mesure directe difficile.

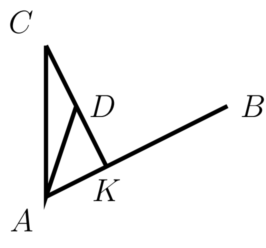
En revanche, on a pu mesurer la distance de ces deux objets par rapport à deux sapins S_1 et S_2, situés un peu plus loin. Ces mesures sont schématisées dans le graphique suivant (qui n'est pas à l'échelle) ; toutes les longueurs sont données en hectomètres.



En utilisant le théorème de la médiane, déterminer une approximation de la longueur TP au mètre près.

Exercice 2 (Calcul d'angle — 6 points)**.**

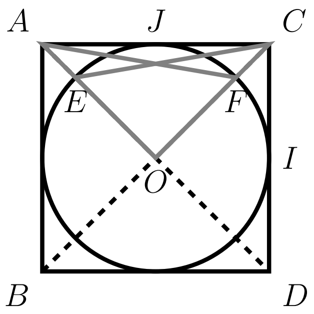
On considère la figure suivante. Les droites (AB) et (CK) sont perpendiculaires. L'angle $\widehat{DAK}$ mesure 45°, et on a (en centimètres) : $AC = 5$, $AD = 3,2$ et $AB = 6,7$.



Le but de l'exercice est de déterminer une mesure de l'angle $\widehat{CAK}$.

1. Justifier que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$.
2. Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 10,72\sqrt{2}$.
3. En déduire une valeur approchée au degré près d'une mesure de l'angle $\widehat{CAK}$.

Exercice 3 (Hauteur et Médiane — 8 points). Soit $ABCD$ un carré de centre O et $\mathcal{C}$ le cercle inscrit dans le carré.



L'objet de l'exercice est de prouver que la médiane du triangle AFO issue de O est la hauteur du triangle ECO issue de O.

On appelle I le milieu de $[CD]$, J le milieu de $[AC]$, K le milieu de $[AF]$, et on se place dans le repère (O, I, J).

1. Donner, sans justifier, les coordonnées des points O, A, C dans ce repère.
2. Montrer que les coordonnées de F sont $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
3. Déterminer les coordonnées de K, puis en déduire que celles de $\overrightarrow{OK}$ sont $\left(\frac{\sqrt{2}-2}{4}; \frac{\sqrt{2}+2}{4}\right)$.
4. Déterminer les coordonnées de E, puis en déduire que
$$\overrightarrow{EC}\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}; \frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$$
5. Vérifier que $\overrightarrow{OK}.\overrightarrow{EC} = 0$. Justifier que la médiane du triangle AFO issue de O est la hauteur du triangle ECO issue de O.

Exercice 4 (Probabilités — 4 points). Dans le cadre d'une kermesse, on a réalisé un jeu de hasard, dans lequel il est possible de gagner 1, 2, 3, 5 ou 10 bonbons. On définit la variable X, qui à ce jeu associe le nombre de bonbons gagnés. Étant donné les contraintes suivantes, compléter la loi de probabilité.

x_i	1	2	3	5	10
$P(X = x_i)$	?	$\frac{1}{12}$	?	$\frac{1}{6}$	?

- $P(X = 1) = P(X = 10)$
- $P(X \geqslant 5) = \frac{5}{12}$