

Exercice 1 (Valeur absolue — 4 points). Résoudre les équations suivantes.

(a) $|2x - 3| = -5$

(b) $|2x - 3| = |x + 2|$

Exercice 2 (Position relative — 4 points). On considère les fonctions $f : x \mapsto x^3 - x^2$ et $g : x \mapsto x^3 - x$, définies sur \mathbb{R} .

(a) Montrer que les solutions de $f(x) \geq g(x)$ sont $x \in [0; 1]$.

(b) Quelle est la position relative des courbes de f et de g ?

Exercice 3 (Fonctions associées — 6 points). Dans un même tableau de variations, *en justifiant*, donner les variations des fonctions suivantes définies sur \mathbb{R} (certaines peuvent nécessiter plusieurs étapes de calcul).

(a) $-x^2 + 2x + 2$

(b) $\frac{7}{-x^2 + 2x + 2}$

(c) $-2\sqrt{-x^2 + 2x + 2} + 1$

Exercice 4 (Encore la valeur absolue — 6 points).

L'objet de l'exercice est de résoudre l'équation $|x + 1| = x^2 + 2$.

(a) Justifier que quelle que soit la valeur de x , le nombre $x^2 + 2$ est positif.

(b) En déduire que l'équation de l'énoncé est équivalente à :

$$x^2 - x + 1 = 0 \text{ ou } x^2 + x + 3 = 0$$

(c) Résoudre ces deux équations, et en déduire les solutions de l'équation originale.