15/10/15
DS nº 1

Trinômes du second degré — Sujet bis

1ᵉS6

Nom : ....

Exercice 1 (Signe d'un trinôme — 2 points)**.** Déterminer le signe du polynôme $P : x \mapsto 5x^2 - 20x + 20$.

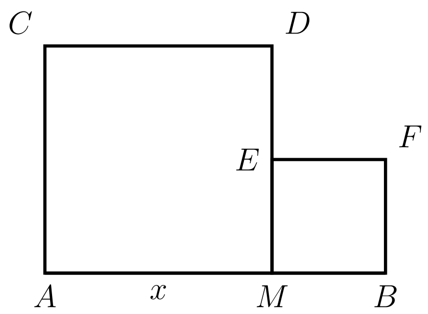
Exercice 2 (Changement de variable — 5 points)**.** L'objet de cet exercice est de trouver les solutions de l'équation $\frac{3}{x^2} + \frac{9}{x} - 12 = 0$.

(a) On pose $X = \frac{1}{x}$. Quelle équation doit satisfaire X ?

(b) Montrer que les solutions de cette équation sont $X \in \{-4; 1\}$.

(c) En déduire les solutions de l'équation originale en x.

Exercice 3 (Géométrie — 6 points)**.**



$[AB]$ est un segment de longueur 6 cm, et M est un point de ce segment. On appelle x la longueur AM, en centimètres.

On construit les carrés $MACD$ et $MBFE$ tels qu'indiqué sur la figure ci-contre.

On appelle $\mathcal{A}(x)$ la somme des aires des deux carrés, en cm², et on cherche à répondre à la question : « Pour quelles valeurs de x la valeur de $\mathcal{A}(x)$ est-elle supérieure à 20 cm² ? »

(1) Quel est le domaine de définition de $\mathcal{A}$?

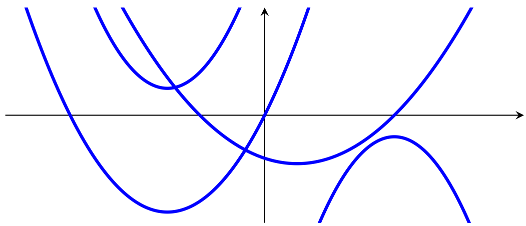
(2) Montrer que $\mathcal{A}(x) = x^2 + (6 - x)^2$.

(3) Montrer que le problème est équivalent à $2x^2 - 12x + 16 \geqslant 0$.

(4) Résoudre le problème : Pour quelles valeurs de x a-t-on $\mathcal{A}(x) \geqslant 20$?

Exercice 4 (Interprétation géométrique — 5 points)**.** Voici l'expression de quatre trinômes, et leurs représentations graphiques. Malheureusement, les courbes ne sont pas légendées, et les axes ne sont pas gradués. Malgré cela, *en justifiant sans la calculatrice*, associer chaque expression à sa représentation graphique.

Indiquer le nom des fonctions sur le graphique, et justifier ce choix sur votre copie.



- $P : x \mapsto 2x^2 + 6x$
- $Q : x \mapsto x^2 - x - 2$
- $R : x \mapsto -3x^2 + 12x - 15$
- $S : x \mapsto 3x^2 + 9x + 8$

Exercice 5 (Algorithmique — 2 points)**.** Soient a, b et c trois nombres réels ($a \neq 0$), et $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré.

Compléter l'algorithme suivant pour qu'étant donnés les trois nombres a, b et c, il affiche la forme de la factorisation du trinôme.

Lire a
Lire b
Lire c

$\Delta \leftarrow \ldots$

Si ...
Alors
  Afficher "La forme factorisee est $a\left(x - x_1\right)\left(x - x_2\right)$"
Sinon Si ...
Alors
  Afficher "La forme factorisee est $a\left(x - x_1\right)^2$"
Sinon
  Afficher "Le trinome ne se factorise pas"
FinSi

Exercice 6 (Bonus — 0,5 points + 0,5 points pour l'originalité)**.** Citer un mathématicien, et dire pourquoi il est connu.