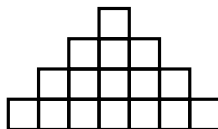
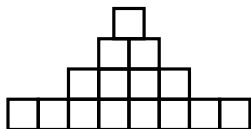


Faire un des deux exercices au choix. Ils sont classés par ordre de difficulté croissante.

**Exercice 1** (Pyramide).



1. Une petite fille empile ses cubes comme indiqué sur la figure de gauche (chaque étage contient deux fois plus de cubes que l'étage du dessus). On appelle  $u_n$  le nombre de cubes du  $n^{\text{e}}$  étage (en commençant par le haut :  $u_1 = 1$ ).
  - (a) Donner les trois premiers termes de la suite  $u$ .
  - (b) Quelle est la nature de  $u$  ? Donner alors ses caractéristiques.
  - (c) Calculer  $u_{10}$ . Calculer la somme des 10 premiers termes de la suite.
  - (d) Elle dispose de 1000 cubes et construit la plus grande pyramide possible. Combien d'étage y aura-t-il ? Combien de cubes seront utilisés ?
2. Trouvant sa pyramide trop petite, elle recommence en prenant cette fois le modèle de droite (chaque étage contient deux cubes de plus que l'étage du dessus). On appelle  $v_n$  le nombre de cubes du  $n^{\text{e}}$  étage (en commençant par le haut :  $v_1 = 1$ ).
  - (a) Donner les trois premiers termes de la suite  $v$ .
  - (b) Quelle est la nature de  $v$  ? Donner alors ses caractéristiques.
  - (c) Calculer  $v_{10}$ . Calculer la somme des 10 premiers termes de la suite.
  - (d) Elle dispose de 1000 cubes et construit la plus grande pyramide possible. Combien d'étage y aura-t-il ? Combien de cubes seront utilisés ?

**Exercice 2** (Crédit à la consommation). Une personne rencontrant des difficultés financières qu'elle considère passagère contracte un crédit à la consommation. L'objet de l'exercice est de déterminer (i) quelle va être la durée de son prêt ; (ii) quelle sera la somme totale remboursée.

Cette personne a emprunté 10 000 €. Chaque mois, sa dette augmente de 1 % (intérêts), et elle rembourse 300 euros.

On appelle  $u_n$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par : pour tout entier  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n$  est la somme d'argent à rembourser à la fin du  $n^{\text{e}}$  mois. Ainsi  $u_0 = 10000$  ;  $u_1$  est cette somme à laquelle s'ajoute 1 % d'intérêts, et à laquelle on soustrait 300, etc.

1. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_{n+1} = 1,01u_n - 300$ .
2. *Étude préliminaire de  $u$* 
  - (a) Calculer  $u_1, u_2, u_3$ .
  - (b) La suite  $u$  est-elle arithmétique ? Est-elle géométrique ?
3. *Suite auxiliaire* Soit  $v$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $v_n = u_n - 30\,000$ .
  - (a) Calculer  $v_0, v_1, v_2, v_3$ .
  - (b) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :  $v_{n+1} = 1,01v_n$ .
  - (c) En déduire la nature de la suite  $v$ , ainsi que ses caractéristiques. Donner alors le terme général de  $v_n$ , puis calculer  $v_{24}$ .
4. *Étude de  $u$* .
  - (a) En utilisant la question précédente, et la relation entre  $u$  et  $v$  définie à la question 3, déterminer le terme général de la suite  $u$ .
  - (b) Calculer  $u_{24}$ , et en déduire la somme d'argent qu'il reste à rembourser au bout de deux ans.
  - (c) À partir de quelle valeur de  $n$  a-t-on  $u_n \leq 0$  ? *Vous verrez en terminale les outils nécessaires pour répondre à cette question en résolvant l'inéquation ; pour le moment, il faut tatonner...*
5. *Remboursement*.
  - (a) En déduire combien de temps sera nécessaire au remboursement complet du prêt.
  - (b) Quel sera alors le montant total des intérêts (en d'autres termes, combien d'argent aura été remboursé *en plus* des 10 000 € empruntés) ?