29/01/2016
DM n° 5

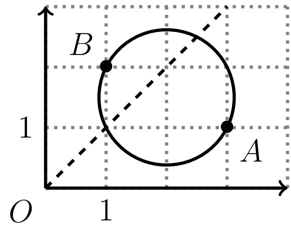
Produit scalaire

1^e S6

Faire un des deux exercices 1 et 2 au choix (l'exercice 1 est (un peu) plus difficile). Les exercices 3 et 4 sont obligatoires.

Exercice 1 (Lieu géométrique).

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(3;1)$ et $B(1;2)$, le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$, et la droite $\mathcal{D}$, d'équation $y = x$.

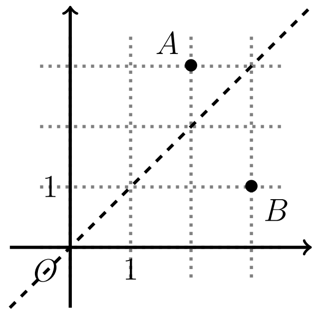


L'objet de l'exercice est de déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$. On appelle $M\,(x;y)$ ces points, et on admet que M n'est ni A ni B.

1. *Étude du cercle $\mathcal{C}$.*
   (a) Justifier que l'angle $\widehat{AMB}$ est droit.
   (b) En déduire que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$.
   (c) Montrer que $(x-3)\,(x-1) + (y-1)\,(y-2) = 0$.
2. Puisque $M \in \mathcal{D}$, en déduire que $(x-1)\,(2x-5) = 0$.
3. En déduire les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et de $\mathcal{D}$.

Exercice 2 (Lieu géométrique)**.**

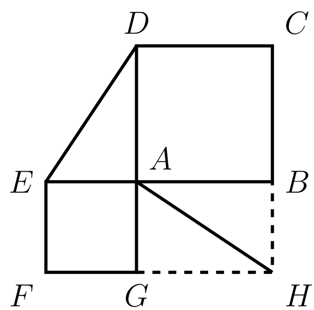
Dans un repère orthonormé, on considère les points $A\,(2;3)$, et $B\,(3;1)$. On appelle $M\,(x;y)$ un point de la droite d'équation $y=x$.



1. Justifier que les coordonnées de M sont $(x;x)$.
2. Exprimer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$ en fonction de x, puis montrer que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=(x-3)\,(2x-3)$.
3. Résoudre $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0$.
4. En déduire les coordonnées possibles de M pour lesquelles les droites (AM) et (BM) sont perpendiculaires.

Exercice 3 (Perpendicularité)**.**

On considère la figure ci-contre. $ABCD$ et $AEFG$ sont des carrés, et $ABHG$ est un rectangle.



Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (ED) et (AH) sont perpendiculaires.

1. En introduisant respectivement les points A et B dans les vecteurs $\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{AH}$, montrer que $\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BH}$.
2. En déduire que $\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{AH}=0$.
3. En déduire que (ED) et (AH) sont perpendiculaires.

Exercice 4 (Exercices libres)**.** Choisir un exercice sur le site web `http://pyromaths.org`, imprimer l'énoncé, et résoudre cet exercice. Rendre l'énoncé avec la copie.