

- L'exercice 1 est obligatoire.
- Faire un des deux exercices 2 ou 3.
- L'exercice 4 est optionnel.

Exercice 1 (Calcul de fonction dérivées).

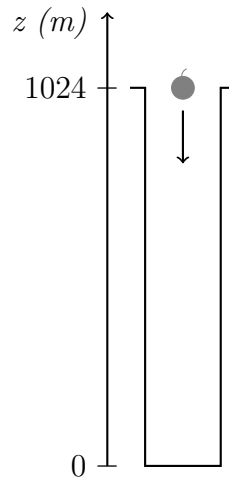
Répondre à deux des trois questions suivantes (1, 2 et 3), classées par ordre de difficulté croissante.

1. On considère la fonction $f : x \mapsto x^2$, définie sur \mathbb{R} , et a un réel.
 - (a) Montrer que pour un réel h non nul, le taux d'accroissement en a est égal à $2a + h$.
 - (b) En déduire la valeur de $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (en fonction de a), et donc la valeur de $f'(a)$.
 - (c) *Application* : Calculer $f'(2)$, et tracer dans un repère orthonormé la courbe de f (sur l'intervalle $[0; 4]$), ainsi que sa tangente en 2.
2. On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$, définie sur \mathbb{R}^* , et a un réel non nul.
 - (a) Montrer que pour un réel h non nul (et tel que $a+h \neq 0$), le taux d'accroissement en a est égal à $-\frac{1}{a(a+h)}$.
 - (b) Même énoncé que la question 1b.
 - (c) Même énoncé que la question 1c.
3. On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$, définie sur \mathbb{R}^+ , et a un réel strictement positif.
 - (a) Montrer que pour un réel h non nul (et tel que $a+h \geq 0$), le taux d'accroissement en a est égal à $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+h}}$.
 - (b) Même énoncé que la question 1b.
 - (c) Même énoncé que la question 1c.

Exercice 2 (Application à la physique).

Isaac voudrait déterminer la valeur de g , intensité de la pesanteur, chez lui. Pour cela, il lâche une pomme du haut du puits d'une mine à Pendleton (Grande-Bretagne), haut de 1024 m, et chronomètre son temps de chute.

L'altitude de la pomme est mesurée à partir du fond du puits : elle est de 0 m au fond, et 1024 m en haut.



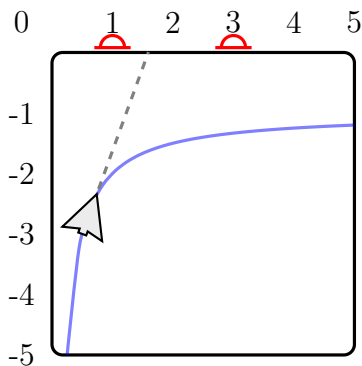
Isaac sait que cette altitude en fonction du temps est un polynôme de la forme $z : t \mapsto at^2 + bt + c$, où t est le temps de chute. Par exemple, $z(0)$ est l'altitude initiale, et $z(3)$ est l'altitude après trois secondes de chute. Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de a , b et c , pour en déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur g .

- (1) Combien vaut l'altitude initiale $z(0)$? En déduire que $c = 1024$.
- (2) La vitesse v de la chute est égale à la dérivée de la fonction z . Par exemple, $v(2) = z'(2)$ est la vitesse de la pomme après deux secondes de chute.
 - (a) Dériver z , et en déduire l'expression de v en fonction de a et b .
 - (b) Quelle est la vitesse initiale? En déduire que $b = 0$.
 - (c) Exprimer z et v en fonction de a et t .
- (3) Isaac, aidé de Gottfried, a mesuré que la chute a duré 14,5 s. Traduire cette information par une équation, et montrer que $a = -4,87$.

- (4) Calculer la dérivée de v ; c'est une constante égale à $-g$.
Conclure en déterminant la valeur de g .

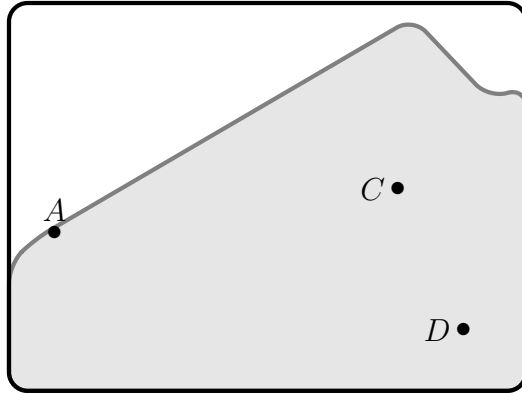
Exercice 3 (Tangente et Jeu vidéo). La figure ci-dessous représente un écran de jeu vidéo. Un avion remonte l'écran de gauche à droite en suivant la courbe d'équation $y = -1 - \frac{1}{x}$

L'avion peut tirer des missiles selon la tangente à sa trajectoire.



En quels points de sa trajectoire l'avion doit-il tirer ses missiles pour abattre successivement les deux monstres situés en haut de l'écran en $A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, B\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$?

Exercice 4 (Droites et Jeu vidéo). Chaïma joue au jeu vidéo *Well Well Well Drilling*. Son personnage, situé sur le flanc d'une montagne, doit forer des puits, en ligne droite, afin d'exploiter différentes ressources.



Sur son écran représenté ci-dessus, le flanc de la montagne est principalement constitué d'une pente rectiligne passant par $A(90; 312)$ et de pente 60% . Un filon de coltan est situé en $C(770; 400)$ et un autre de diamant en $D(900, 120)$ (le repère considéré a pour origine le coin inférieur gauche de l'écran, les axes sont les bords inférieur et gauche de l'écran, et l'unité est le pixel).

Pour obtenir le trophée « Foreuse économe », Chaïma doit, en un seul forage, traverser à la fois le filon de coltan et celui de diamant. Quelles sont alors les coordonnées du point à partir duquel son personnage doit forer, et quel angle doit former le puits avec l'horizontale ?