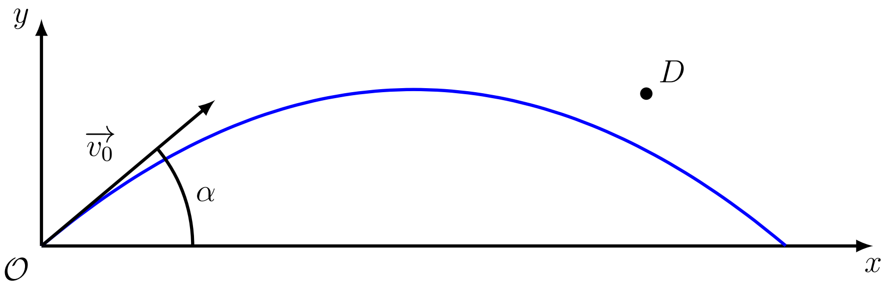
Ce document regroupe des problèmes et exercices, rédigés puis abandonnés (car trop difficiles, trop longs, ou non pertinents par rapport aux compétences évaluées).

Exercice 1 (Balistique)**.** Sabrina a fabriqué un lanceur de ballon. Elle aimerait filmer sa création avec son drone, pour publier la vidéo sur internet. Le problème qu'elle se pose est : où doit-être positionné le drone pour être certaine que le ballon ne le heurte pas ?

Le problème est shématisé, en deux dimensions, ci-dessous :

- le lanceur est positionné en $\mathcal{O}$;
- le ballon est propulsé au départ selon le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$, formant un angle α avec l'horizontale.
- la trajectoire du ballon est représentée en bleu ;
- le drone filme depuis le point D ;



En faisant certaines approximations (négligence du vent par exemple), elle a calculé (vous serez capables de le faire l'an prochain) que dans un certain repère orthonormé, le ballon suit une trajectoire donnée par la formule :

$$y = -\left(1 + \tan^2 \alpha\right) x^2 + x \tan \alpha$$

1. Montrer que l'équation de la trajectoire est équivalente à

$$x^2 \tan^2 \alpha - x \tan \alpha + x^2 + y = 0$$

2. *Cas particuliers*

(a) i. Trouver les valeurs de A qui vérifient

$$(0,2)^2 A^2 - 0,2A + (0,2)^2 + 0,1 = 0$$

ii. En déduire les valeurs approchées de α qui vérifient

$$(0,2)^2 \tan^2 \alpha - 0,2 \tan \alpha + (0,2)^2 + 0,1 = 0$$

iii. Sans nouveau calcul, déterminer si le drone, positionné en $B(0,2;0,1)$, peut être atteint par le ballon.

(b) En utilisant la même méthode, déterminer si le drone, positionné en $C(0,25;0,20)$, peut être atteint par le ballon.

3. *Cas général* Dans cette question, on cherche à déterminer la limite à ne pas franchir par le drone pour rester hors de portée du ballon. On note $(x_D;y_D)$ les coordonnées du drone.

   (a) En vous servant de la question 1, justifier que le ballon peut atteindre le drone si et seulement si l'équation $x_D^2 A^2 - x_D A + x_D^2 + y_D = 0$, d'inconnue $A = \tan\alpha$, a une solution.

   (b) Montrer que le discriminant de cette équation est

$$\Delta = x_D^2 \left(1 - 4\left(x_D^2 + y\right)\right)$$

   Si ce discriminant est strictement négatif, l'équation n'a pas de solutions, et le drone est en sécurité. Si le discriminant est strictement positif, l'équation a deux solutions, et le drone est en danger. Si le discriminant est nul, l'équation a une solution : c'est la limite à ne pas dépasser par le drone pour rester en sécurité.

   (c) Montrer que, en ignorant le cas où $x_D = 0$, le discriminant Δ est nul si et seulement si $y_D = \frac{1}{4} - x_D^2$. Quel est le nom de la courbe décrite par cette équation ?

4. *Application* Le drone est maintenant placé en $(0,1;0,2)$. *Les questions qui suivent sont ouvertes : aucune indication n'est donnée.*

   (a) En faisant une figure appropriée, déterminer graphiquement si le drone peut être atteint par le ballon.

   (b) En utilisant l'équation de la parabole de sécurité (dont l'équation a été énoncée à la question 3c), déterminer si le drone peut être atteint par le ballon.