

Exercice 1 (Application directe — 3,5 points).

1. En utilisant le triangle de Pascal, calculer $\binom{5}{3}$.
2. Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,8$. Calculer l'espérance de X .

Exercice 2 (Loi binomiale — 5,5 points). Une kermesse propose le jeu suivant. Une urne contient 17 boules noires et 3 boules rouges. Le joueur tire dix boules avec remise, et la partie est gagnée s'il a obtenu au moins deux boules rouges. On s'intéresse à la probabilité de gagner.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de boules rouges tirées parmi les dix boules.

1. Justifier que X suit une loi binomiale, dont on précisera les paramètres.
2. Calculer $P(X = 1)$.

On admet que $P(X = 0) = 19,7\%$.

3. Calculer $P(X \geq 2)$. En déduire la probabilité de gagner une partie.

Exercice 3 (Géométrie — 8 points). Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère :

- la droite \mathcal{D} passant par $A(15; 4)$ et de vecteur normal $\vec{u}(4; -3)$;
- le cercle \mathcal{C} de centre $I(8; 3)$ et de rayon 5.

1. Montrer qu'une équation cartésienne de \mathcal{D} est $-4x + 3y + 48 = 0$.
2. Montrer qu'une équation cartésienne de \mathcal{C} est $(x - 8)^2 + (y - 3)^2 = 25$.
3. On considère le point $H(12; 0)$.
 - (a) Montrer que H appartient à \mathcal{D} et à \mathcal{C} .
 - (b) Montrer que les vecteurs \vec{IH} et \vec{AH} sont orthogonaux.
4. Quelle est la position relative de \mathcal{D} et \mathcal{C} ? Justifier.

Exercice 4 (Trigonométrie — 4 points).

1. Donner la formule permettant de calculer $\cos a - b$.
2. Exprimer $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$ sous la forme d'une fraction irréductible.
3. En déduire une valeur exacte de $\cos \frac{5\pi}{12}$.