Trigonométrie
Corrigé

Exercice 1 (Angles orientés — 4 points)**.**

1. *Conversion de mesures d'angles.* Les mesures en degrés et radians sont proportionnelles :

Degrés	180	?	62
Radians	π	$\frac{9\pi}{10}$	?

   (a) Donc la mesure de $\frac{9\pi}{10}$ rad en degrés est $\frac{\frac{9\pi}{10}\times 180}{\pi} = \frac{9\pi\times180}{10\pi} = 162$.

   (b) Et la mesure de 62ř en radians est $\frac{62\pi}{180} = \frac{31}{90}\pi$.

2. *Donner la mesure principale des angles suivants.* Pour la méthode, voir par exemple l'application de l'exercice 2.

   (a) La mesure principale de $\alpha = -\frac{29\pi}{3}$ est $\frac{\pi}{3}$.

   (b) La mesure principale de $\beta = \frac{15\pi}{5}$ est π.

Exercice 2 (Algorithmique — 3 points)**.** On considère l'algorithme suivant [...].

1. *Exécuter cet algorithme avec $\alpha = -\frac{29\pi}{3}$, puis avec $\alpha = \frac{15\pi}{5}$. Indiquer sur votre copie, comme trace d'exécution, les valeurs successives prises par α.*

   Pour $\alpha = -\frac{29\pi}{3}$, les valeurs successives prises par α sont :

$$\alpha = -\frac{29\pi}{3}$$
$$\alpha = -\frac{29\pi}{3} + 2\pi$$
$$= -\frac{29\pi}{3} + \frac{6\pi}{3} = -\frac{23\pi}{3}$$
$$\alpha = -\frac{23\pi}{3} + 2\pi = -\frac{17\pi}{3}$$
$$\alpha = -\frac{17\pi}{3} + 2\pi = -\frac{11\pi}{3}$$
$$\alpha = -\frac{11\pi}{3} + 2\pi = -\frac{5\pi}{3}$$
$$\alpha = -\frac{5\pi}{3} + 2\pi = \frac{\pi}{3}$$

Pour $\alpha = \frac{15\pi}{5}$, les valeurs successives prises par α sont :

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{15\pi}{5} \\
\alpha &= \frac{15\pi}{5} - 2\pi \\
&= \frac{15\pi}{5} - \frac{10\pi}{5} = \frac{5\pi}{5} = \pi
\end{aligned}$$

2. *À quoi sert cet algorithme ?* Dans les deux cas, on remarque que la valeur renvoyée correspond à la mesure principale de l'angle de départ. L'algorithme permet donc de calculer la mesure principale d'un angle orienté.

Exercice 3 (Triangle — 4 points)**.** On considère le triangle suivant. L'objet de l'exercice est de déterminer la longueur du côté $[AB]$.

1. *Montrer que x vérifie $x^2 + 5x - 24 = 0$.* On applique le théorème d'Al Kashi.

$$\begin{aligned}
BC^2 &= AC^2 + AB^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos \widehat{CAB} \\
7^2 &= 5^2 + x^2 - 2 \times x \times 5 \cos \frac{2\pi}{3} \\
49 &= 25 + x^2 + 5x \\
0 &= x^2 + 5x - 24
\end{aligned}$$

2. *Résoudre cette équation, et en déduire la longueur de $[AB]$.* C'est un trinôme du second degré, dont le discriminant vaut $5^2 - 4 \times 1 \times (-24) = 25 + 96 = 121 = 11^2$. Il y a donc deux racines :

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-5 - \sqrt{11^2}}{2 \times 1} = \frac{-16}{2} = -8 \\
x_2 &= \frac{-5 + \sqrt{11^2}}{2 \times 1} = \frac{6}{2} = 3
\end{aligned}$$

Or AB est une longueur, donc la seule solution est $AB = 3$.