DS n^o 6 | TRIGONOMÉTRIE | *1^e S3*

TRIGONOMÉTRIE
CORRIGÉ

DS n^o 6 — *1^{e}S3*

Exercice 1 (Angles orientés — 4 points)**.**

1. *Conversion de mesures d'angles.* Les mesures en degrés et radians sont proportionnelles :

Degrés	180	?	48
Radians	π	$\frac{7\pi}{8}$	?

   (a) Donc la mesure de $\frac{7\pi}{8}$ rad en degrés est $\frac{\frac{7\pi}{8}\times 180}{\pi} = \frac{7\pi\times 180}{8\pi} = 157,5$.

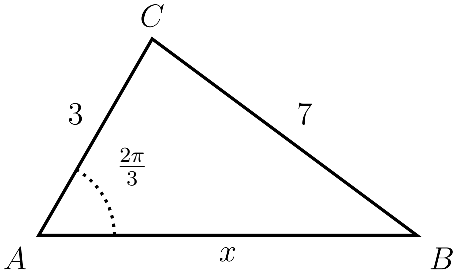
   (b) Et la mesure de 48ř en radians est $\frac{48\pi}{180} = \frac{4}{15}\pi$.

2. *Donner la mesure principale des angles suivants.* Pour la méthode, voir par exemple l'application de l'exercice 3.

   (a) La mesure principale de $\alpha = \frac{27\pi}{3}$ est π.

   (b) La mesure principale de $\beta = -\frac{18\pi}{5}$ est $\frac{2\pi}{5}$.

Exercice 2 (Triangle — 4 points)**.** On considère le triangle suivant. L'objet de l'exercice est de déterminer la longueur du côté $[AB]$.



1. *Montrer que x vérifie $x^2+3x-40=0$.* On applique le théorème d'Al Kashi.

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2\times AB\times AC\times\cos\widehat{CAB}$$
$$7^2 = 3^2 + x^2 - 2\times x\times 3\cos\frac{2\pi}{3}$$
$$49 = 9 + x^2 + 3x$$
$$0 = x^2 + 3x - 40$$

2. *Résoudre cette équation, et en déduire la longueur de* $[AB]$. C'est un trinôme du second degré, dont le discriminant vaut $3^2 - 4 \times 1 \times (-40) = 9 + 160 = 169 = 13^2$. Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{13^2}}{2 \times 1} = \frac{-16}{2} = -8$$
$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{13^2}}{2 \times 1} = \frac{10}{2} = 5$$

Or AB est une longueur, donc la seule solution est $AB = 5$.

Exercice 3 (Algorithmique — 3 points)**.** On considère l'algorithme suivant […].

1. *Exécuter cet algorithme avec* $\alpha = \frac{27\pi}{3}$*, puis avec* $\alpha = -\frac{18\pi}{5}$*. Indiquer sur votre copie, comme trace d'exécution, les valeurs successives prises par* α*.*

Pour $\alpha = \frac{27\pi}{3}$, les valeurs successives prises par α sont :

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{27\pi}{3} \\
\alpha &= \frac{27\pi}{3} - 2\pi \\
&= \frac{27\pi}{3} - \frac{6\pi}{3} = \frac{21\pi}{3} \\
\alpha &= \frac{21\pi}{3} - 2\pi = \frac{15\pi}{3} \\
\alpha &= \frac{15\pi}{3} - 2\pi = \frac{9\pi}{3} \\
\alpha &= \frac{9\pi}{3} - 2\pi = \frac{3\pi}{3} = \pi
\end{aligned}$$

Pour $\alpha = \frac{-18\pi}{5}$, les valeurs successives prises par α sont :

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{-18\pi}{5} \\
\alpha &= \frac{-18\pi}{5} + 2\pi \\
&= \frac{-18\pi}{5} + \frac{10\pi}{5} = \frac{-8\pi}{5} \\
\alpha &= \frac{-8\pi}{5} + 2\pi = \frac{2\pi}{5}
\end{aligned}$$

2. *À quoi sert cet algorithme ?* Dans les deux cas, on remarque que la valeur renvoyée correspond à la mesure principale de l'angle de départ. L'algorithme permet donc de calculer la mesure principale d'un angle orienté.