

Exercice 1 (Restitution organisée des connaissances — 4 points).

Démontrer, au choix, l'une des propriétés suivantes.

- La fonction racine carrée est croissante sur \mathbb{R}^+ .
- Sur $[0; 1]$, la courbe représentative de $x \mapsto \sqrt{x}$ est au dessus de celle de $x \mapsto x$, elle même au dessus de celle de $x \mapsto x^2$.
- Sur $[1; +\infty]$, la courbe représentative de $x \mapsto x^2$ est au dessus de celle de $x \mapsto x$, elle même au dessus de celle de $x \mapsto \sqrt{x}$.

Exercice 2 (Variation de fonctions — 4 points).

Déterminer les variations des fonctions suivantes.

- (a) $f : x \mapsto -\frac{7}{x} + 2$, définie sur \mathbb{R}^* .
- (b) $g : x \mapsto \sqrt{|x| + 7}$, définie sur \mathbb{R} .

Exercice 3 (Valeur absolue — 4 points).

Résoudre les équations suivantes.

- (a) $|2x - 2| = x + 1$
- (b) $|x - 1| = |x + 6|$

Exercice 4 (Fonction rationnelle — 8 points). Le but de l'exercice est de déterminer les variations de la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x + 2}$.

- (a) Déterminer le domaine de définition de la fonction f .
- (b) Déterminer les deux nombres réels a et b tels que pour tout nombre réel x , on ait :

$$f(x) = a + \frac{b}{1 + (x - 1)^2}$$

- (c) Déterminer successivement les variations sur \mathbb{R} des fonctions $x \mapsto 1 + (x - 1)^2$, $x \mapsto \frac{1}{1 + (x - 1)^2}$, et f .
- (d) Calculer $f(2)$, et en déduire les solutions de $f(x) = 0$ sur $[2; +\infty[$.