

**Exercice 1** (Fonction cube). On appelle *fonction cube* la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $x \mapsto x^3$ .

- (a) Conjecturer, à l'aide de la calculatrice, les variations de cette fonction sur  $\mathbb{R}$ .
- (b) Justifier que, si  $a < 0 < b$ , alors  $a^3 < b^3$ .
- (c) (i) Montrer que pour tous réels  $a$  et  $b$ , on a :

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

- (ii) Quel est le signe de  $a^2 + ab + b^2$  si  $a$  et  $b$  sont de même signe ?
- (d) Dédire des questions précédentes que, pour tous réels  $a$  et  $b$  tels que  $a < b$ , on a  $a^3 < b^3$ . Conclure.
- (e) Établir le tableau de variation de la fonction cube.
- (f) Tracer sur l'écran de la calculatrice les courbes représentatives des fonctions carré et cube. Étudier (par le calcul) les positions relatives de ces deux courbes.

**Exercice 2** (Valeur absolue et Changement de variables). Le but de l'exercice est de résoudre l'équation  $3x^2 - 7|x| - 6 = 0$ .

- (a) Montrer que pour tout  $x$  réels,  $|x|^2 = x^2$ .
- (b) On pose  $X = |x|$ . En déduire que résoudre l'équation originale revient à résoudre l'équation  $3X^2 - 7X - 6 = 0$ .
- (c) Résoudre cette équation en  $X$ .
- (d) En déduire les solutions de l'équation originale en  $x$ .

**Exercice 3** (Histoire). Citer une mathématicienne, et dire pourquoi elle est connue.