

DEVOIR SURVEILLÉ
Trigonométrie — Probabilités

Une heure

Exercice 1 (Trigonométrie — 5 points).

- Donner les mesures principales des angles suivants (aucune justification n'est demandée) :
(a) $\frac{10\pi}{3}$ (b) $-\frac{7}{4}\pi$
- Résoudre les équations suivantes :

(a) $\cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

(c) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(2x)$

(b) $\sin(\pi - x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(d) $\cos(x) = 5$

Exercice 2 (Algorithmique — 3 points). On considère l'algorithme suivant.

Lire α

Tant_que $\alpha \leq -\pi$ **ou** $\alpha > \pi$

Faire

Si $\alpha > 0$

Alors

$\alpha - 2\pi \rightarrow \alpha$

Sinon

$\alpha + 2\pi \rightarrow \alpha$

FinSi

FinTantque

Afficher α

- Exécuter cet algorithme avec $\alpha = \frac{10\pi}{3}$, puis avec $\alpha = -\frac{7\pi}{4}$.
- À quoi sert cet algorithme ?

Exercice 3 (Sondage — 4 points). Un sociologue aimerait estimer la proportion des élèves d'un lycée à qui il arrive de tricher aux examens. Il se dit que s'il pose directement la question à des élèves, beaucoup d'entre eux n'oseront pas répondre honnêtement. Pour contourner ce problème, il met en place le protocole suivant.

Dans un chapeau, il place trois papiers indiscernables sur lesquels est écrit, respectivement, « Répondez oui », « Répondez non », et « Avez-vous déjà triché à un examen ? ». Chaque personne interrogée tire alors un papier au hasard, et répond à la question sans montrer le papier au sociologue, de sorte que ce dernier ne sait pas à quelle question a répondu la personne.

Il interroge 900 élèves d'un lycée de cette manière.

- Quelle est la probabilité pour un élève de tirer chacun des trois papiers ?

2. Sur les 900 élèves, combien environ ont tiré chacun des trois papiers ?
On citera le résultat du cours permettant de justifier cette réponse.
3. Sur les 900 élèves, 362 ont répondu « *oui* ». En supposant qu'ils ont répondu honnêtement, quelle est la proportion d'élèves de ce lycée ayant déjà triché ?

Exercice 4 (Contrôle qualité — 6 points). Un magasin de vêtements a reçu un nombre important de chemisiers en coton. La propriétaire du magasin constate que les chemisiers peuvent présenter deux types de défaut : un défaut de coloris ou un bouton manquant. Elle note aussi que :

- 4 % des chemisiers présentent un défaut de coloris ;
- 3 % des chemisiers ont un bouton manquant ;
- 2 % des chemisiers ont à la fois un défaut de coloris et un bouton manquant.

Un client prend au hasard un chemisier dans le lot. On considère les événements suivants :

- A : « Le chemisier a un bouton manquant » ;
- B : « Le chemisier a un défaut de coloris ».

1. Calculer la probabilité des événements suivants :

C : « Le client prend un chemisier ayant au moins un défaut » ;

D : « Le client prend un chemisier ayant un seul défaut » ;

E : « Le client prend un chemisier sans défaut ».

2. La propriétaire du magasin vend un chemisier sans défaut 40 €. Elle fait une remise de 20 % si le chemisier a un seul défaut, et 50 % s'il présente les deux défauts.
 - (a) Établir la loi de probabilité du prix de vente en euros, noté X , d'un chemisier.
 - (b) Quel chiffre d'affaires la propriétaire peut-elle espérer faire sur la vente de mille chemisiers ?

Exercice 5 (Tennis – 2 points). Un joueur de tennis réussit sa première balle de service à 75 %, et sa seconde balle à 90 %. Quelle est la probabilité qu'il commette une double faute (service perdu à la seconde balle) ?