Devoir surveillé

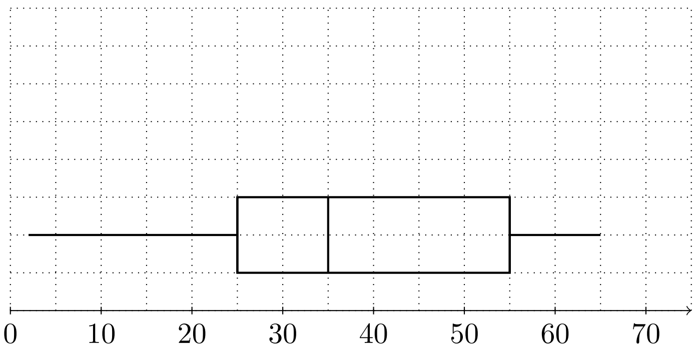
Dérivation — Statistiques — Trigonométrie

Une heure ; calculatrice autorisée.

Exercice 1 (Statistiques — 7 points)**.** On a réalisé une enquête sur le temps, en secondes, que doit attendre un abonné qui contacte, par téléphone, son fournisseur d'accès A à internet. Cette enquête a concerné 200 abonnés et donné les résultats suivants.

Temps d'attente (s)	5	10	20	30	40	50
Nombre d'abonnés	4	15	85	56	28	12

1. Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série.
2. *Dans cette question, les extrémités des diagrammes en boîte représentent les valeurs extrêmes.*
   (a) Calculer la médiane et les quartiles de cette série.
   (b) Un autre fournisseur d'accès, B, a réalisé la même enquête auprès de 200 de ses abonnés, et a représenté la série obtenue par le diagramme en boîte ci-dessous. Représenter par un diagramme en boîte la série obtenue pour le fournisseur A sur le même repère. Comparer les deux séries.

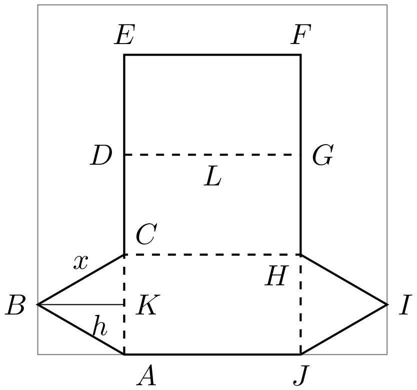


Exercice 2 (Trigonométrie — 4 points)**.**

Calculer les mesures principales (en radians) des angles suivants, et les placer sur le cercle trigonométrique (on remarquera que les deux derniers angles sont donnés en degrés).

$a = \dfrac{7\pi}{2}$ $\qquad b = -13\pi$ $\qquad c = 690^\circ$ $\qquad d = 1729^\circ$

Exercice 3 (Optimisation — 9 points)**.** Un fabricant de chocolat souhaite fabriquer une boîte en forme de prisme droit à base triangulaire. Étant donné les contraintes de constructions, il souhaite construire la plus grosse (en volume) boîte possible.



Le patron est construit dans un carton carré de côté 21 cm. Les triangles ABC et HIJ sont équilatéraux ; les longueurs AC, CD et ED sont égales à BC ; les quadrilatères $ACHJ$, $CHGD$ et $DGFE$ sont des rectangles.

On appelle x la longueur BC, L la longueur DG, et h la longueur BK, hauteur du triangle ABC.

Les pointillés marquent les traits de pliure.

1. Calculs préliminaires
   (a) Montrer que $h = \frac{\sqrt{3}}{2}x$.
   (b) Exprimer la longueur L en fonction de x.
2. Quelles valeurs peut prendre x ?
3. Étude de la fonction volume
   (a) Montrer que le volume V de la boîte peut s'exprimer par la formule $V(x) = -\frac{3}{4}x^3 + \frac{21\sqrt{3}}{4}x^2$.
   (b) Montre que la fonction V est dérivable, et calculer sa dérivée.
   (c) Résoudre $V'(x) \geqslant 0$.
   (d) Dresser le tableau de variation de V.
4. Conclure : Quelle valeur doit prendre x pour que la boîte ait le plus gros volume ?

Exercice 4 (Bonus — 2 points)**.** Déterminer la valeur de $\alpha + \beta$, où α et β sont construits à partir de trois carrés disposés côte à côte.